

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Гарбар Олег Викторович

Должность: Заместитель директора по учебно-воспитательной работе

Дата подписания: 29.10.2021 12:40:52

Уникальный программный ключ:

5769a34aba1fca5ccbf44edc23bf8f452c6d4fb4

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Индустриальный институт (филиал)
федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего образования «Югорский государственный университет»
(ИнДИ (филиал) ФГБОУ ВО «ЮГУ»)**

УТВЕРЖДАЮ

Заместитель директора по УВР



Гарбар О.В.


«09» сентября 2021 г.

ОУД.05 МАТЕМАТИКА

Контрольно-измерительные материалы

для текущей и промежуточной аттестации

09.02.07 Информационные системы и программирование

РАССМОТРЕНО:
Предметной (цикловой)
комиссией МиЕНД
Протокол № 1 от 09.09.2021г.
Председатель ПЦК
 Ю.Г. Шумский

Разработчик: Гамидуллаева М.Ф. - преподаватель Инди(филиал) ФГБОУ ВО «ЮГУ»

СОДЕРЖАНИЕ

1. Пояснительная записка.....	4
2. Паспорт фонда оценочных средств	4
3. Текущий контроль знаний по тема учебной дисциплины.....	7
4. Вопросы для подготовки к экзамену.....	124
5. Информационные источники.....	124

1. Пояснительная записка

Комплект контрольно-измерительных материалов предназначен для контроля и оценки результатов освоения учебной дисциплины ОУД.04. «Математика» программы подготовки специалистов среднего звена на базе основного общего образования по специальности 09.02.07 «Информационные системы и программирование».

Комплект контрольно-измерительных материалов включает контрольные материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации в форме экзамена.

Текущий контроль проводится на основании результатов работы обучающегося на учебных занятиях. Для аттестации обучающийся должен выполнить все задания, предусмотренные рабочей программой по учебной дисциплине.

Предусмотрены следующие виды работ, по которым проводится текущий контроль:

- контрольная работа;
- тестирование;
- устный опрос;
- письменный опрос.

Оценка результатов выполненных работы обучающихся выставляется в журнал учебных занятий.

2. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине МАТЕМАТИКА

№ п/п	Контролируемые разделы (темы), модули дисциплины*	Наименование оценочного средства	
		Вид	Кол-во
Раздел 1. Алгебра			
	Тема 1. Развитие понятия о числе	Практическая работа №1 Домашняя контрольная работа №1 Практическая работа №2 Устный опрос по теме	4(2) 4(3) 4(5) 12
	Тема 2. Корни, степени и логарифмы	Практическая работа №3 Домашняя контрольная работа №2 Практическая работа №4 Практическая работа №5 Домашняя контрольная работа №3 Практическая работа №6 Домашняя контрольная работа №4 Контрольная работа №1 Устный опрос по теме	3(4) 4(3) 4(2) 4(2) 4(4) 4(2) 4(4) 4(4) 11
Тема 3. Основы тригонометрии			
	Тема 3.1. Основные понятия тригонометрии	Устный опрос по теме Практическая работа №7	11 4(3)
	Тема 3.2. Преобразования тригонометрических выражений	Домашняя контрольная работа №5 Практическая работа №8 Домашняя контрольная работа №6	4(3) 3(6) 4(3)

		Практическая работа №9 Практическая работа №10 Устный опрос по теме	3(10) 2(15) 4
Тема 3.3. Тригонометрические уравнения и неравенства		Практическая работа №11 Домашняя контрольная работа №7 Устный опрос по теме Домашняя контрольная работа №8 Практическая работа №12 Домашняя контрольная работа №9 Контрольная работа №2	3(10) 4(3) 9 4(3) 3(8) 4(3) 4(6)
Тема 4. Функции, их свойства и графики			
Тема 4.1. Область определения и множество значений и графики элементарных функций.		Практическая работа №13 Домашняя контрольная работа №10 Устный опрос по теме Практическая работа №14	5(4) 4(3) 19 6(3)
Тема 4.2. Степенные, показательные, логарифмические, тригонометрические функции		Практическая работа №15 Домашняя контрольная работа №11 Устный опрос по теме Практическая работа №16 Домашняя контрольная работа №12 Практическая работа №17 Домашняя контрольная работа №13 Практическая работа №18 Домашняя контрольная работа №14 Итоговая контрольная работа №3	6(6) 4(2) 10 4(2) 4(4) 7(2) 4(5) 3(7) 4(2) 4(6)
Тема 5. Комбинаторика, статистика и теория вероятностей			
Тема 5.1. Комбинаторика		Практическая работа №19 Домашняя контрольная работа №15 Устный опрос по теме	3(3) 4(7) 4
Тема 5.2. Элементы теории вероятностей		Устный опрос по теме Практическая работа №20 Домашняя контрольная работа №16	3 3(4) 4(4)
Тема 5.3. Элементы статистики		Устный опрос по теме Практическая работа №21 Практическая работа №22	6 4(3) 3(2)
Тема 6. Уравнения и неравенства			
Тема 6.1. Уравнения и системы уравнений		Практическая работа №23 Устный опрос по теме Домашняя контрольная работа №17 Практическая работа №24 Практическая работа №25 Домашняя контрольная работа №18 Практическая работа №26 Домашняя контрольная работа №19 Контрольная работа №4	4(3) 4 3(4) 4(3) 2(8) 3(4) 4(2) 3(5) 3(3)
Тема 6.2. Неравенства		Практическая работа №27 Устный опрос по теме	8(3) 9

		Домашняя контрольная работа №20 Практическая работа №28 Домашняя контрольная работа №21	3(2) 4(8) 3(3)
Тема 7. Начала математического анализа			
	Тема 7.1. Последовательности	Устный опрос Практическая работа №29 Домашняя контрольная работа №22	4 4(5) 4(8)
	Тема 7.2. Производная функции. Применение производной	Практическая работа №30 Практическая работа №31 Практическая работа №32 Домашняя контрольная работа №23 Практическая работа №33 Домашняя контрольная работа №24 Устный опрос по теме Практическая работа №34 Домашняя контрольная работа №25 Контрольная работа №5	3(20) 2(6) 3(2) 2(5) 3(6) 3(3) 10 4(5) 8(4) 8(5)
	Тема 7.3. Интеграл и его применение	Практическая работа №35 Домашняя контрольная работа №26 Зачет по теме Практическая работа №36 Практическая работа №37 Устный опрос по теме Практическая работа №38 Домашняя контрольная работа №27	3(12) 4(6) 4 3(10) 5(2) 9 6(3) 4(5)
Раздел 2. Геометрия			
	Тема 8. Прямые и плоскости в пространстве	Практическая работа №39 Домашняя контрольная работа №28 Домашняя контрольная работа №29 Устный опрос по теме Практическая работа №40 Практическая работа №41 Практическая работа №42 Зачет по теме	4(8) 3(5) 3(4) 12 4(5) 2(4) 2(3) 12
Тема 9. Многогранники и круглые тела			
	Тема 9.1. Многогранники	Практическая работа №43 Домашняя контрольная работа №30 Устный опрос по теме	4(3) 2(4) 12
	Тема 9.2. Тела и поверхности вращения	Практическая работа №44 Устный опрос по теме Практическая работа №45 Домашняя контрольная работа №31 Практическая работа №46	4(4) 7 4(3) 4(4) 4(4)
	Тема 9.3. Измерения в геометрии	Устный опрос по теме Практическая работа №47 Домашняя контрольная работа №32 Практическая работа №48 Домашняя контрольная работа №33	5 3(3) 3(6) 3(6) 2(10) 2(10)

		Контрольная работа №6	
	Тема 10. Координаты и векторы	Домашняя контрольная работа №34 Практическая работа №49 Практическая работа №50 Домашняя контрольная работа №35 Практическая работа №51 Устный опрос по теме	6(5) 4(4) 4(4) 4(4) 4(3) 14
	Экзамен	Вопросы для подготовки к экзамену	50

3. Текущий контроль и оценка результатов обучения

Раздел 1. Алгебра

Тема 1. Развитие понятия о числе

Практическая работа №1

Вариант 1

1. Найти значение выражения с помощью микрокалькулятора

1) $2x^2 - 5x + 7$, если $x = 0,2$; 3) $3(x^2 + 5) - 4xy$, если $x = -0,2$; $y = 3$;

2) $\frac{8x - 10}{x^3 - 7}$, если $x = -3$; 4) $\frac{3 - 2x^2}{x^3}$, если $x = 2,5$.

2. Найти значение выражения и погрешность вычислений:

1) $x + y$; 2) xy ; 3) $\frac{y}{x}$; 4) $xy - \frac{x}{y}$, если $x = 2,3 \pm 0,1$; $y = 3,85 \pm 0,02$

Вариант 2

Найти значение выражения с помощью микрокалькулятора

1) $-x^2 - 3x + 9$, если $x = 0,3$; 3) $4(x^2 - 5) - 3xy$, если $x = -0,4$; $y = 7$;

2) $\frac{5x - 6}{2x^3 + 1}$, если $x = -4$; 4) $\frac{5 - 4x^2}{x^3}$, если $x = 3,5$.

2. Найти значение выражения и погрешность вычислений:

1) $x + y$; 2) xy ; 3) $\frac{y}{x}$; 4) $xy - \frac{x}{y}$, если $x = 7,4 \pm 0,2$; $y = 6,19 \pm 0,04$

Вариант 3

Найти значение выражения с помощью микрокалькулятора

- 1) $3x^2 - x + 6$, если $x = 0,4$; 3) $5(x^2 + 9) - 8xy$, если $x = -0,6$; $y = 5$;
 2) $\frac{3x-12}{x^3-4}$, если $x = -6$; 4) $\frac{3x-x^2}{x^3}$, если $x = 2,4$.

2. Найти значение выражения и погрешность вычислений:

- 1) $x + y$; 2) xy ; 3) $\frac{y}{x}$; 4) $xy - \frac{x}{y}$, если $x = 6,3 \pm 0,1$; $y = 1,27 \pm 0,08$

Вариант 4

Найти значение выражения с помощью микрокалькулятора

- 1) $2x^2 + 3x + 7$, если $x = 0,7$; 3) $9(x^2 + 5) - 3xy$, если $x = -1,2$; $y = 3$;
 2) $\frac{8x-1}{x^3+7}$, если $x = -9$; 4) $\frac{3+2x^2}{x^3}$, если $x = 7,5$.

2. Найти значение выражения и погрешность вычислений:

- 1) $x + y$; 2) xy ; 3) $\frac{y}{x}$; 4) $xy - \frac{x}{y}$, если $x = 4,7 \pm 0,1$; $y = 6,36 \pm 0,07$

Домашняя работа №1.

Приближенные вычисления с помощью МК

<u>1 вариант</u>	<u>2 вариант</u>
1. Контрольные вопросы*	
Как округлить числа?	
а) до десятых;	
б) до тысячных?	
2. Найти значение выражения с помощью микрокалькулятора, округляя до тысячных.*	
1. $2x^2 - 5x + 7$, если $x = 0,2$; 2. $\frac{8x-10}{x^3-7}$, если $x = -3$; 3. $2x^2 - 5\sqrt{x} + 7$, если $x = 2,2$ 4. $3(x^2 + 5) - 4xy$, если $x = -0,2$; $y = 3$ 5. $\frac{3-2x^2}{x^3}$, если $x = 2,5$ 6. $-x^2 + 7x + 1$, если $x = 0,1$	1. $-x^2 - 3x + 9$, если $x = 0,3$ 2. $\frac{5x-6}{2x^3+1}$, если $x = -4$; 3. $3x^2 - 3\sqrt{x} - 9$, если $x = 4,2$ 4. $4(x^2 - 5) - 3xy$, если $x = -0,4$; $y = 7$ 5. $-x^2 + 2x - 5$, если $x = 0,2$ 6. $-x^2 + 2x - 5$, если $x = 0,2$
3. Найти значение выражения и абсолютную погрешность вычислений:	

<p>1) $x + y$; 2) xy; 3) $\frac{y}{x}$; 4) $xy - \frac{y}{x}$,</p> <p>5) $\sqrt{x} + y^2$ если $x = 2,3 \pm 0,1$; $y = 3,8 \pm 0,02$</p>	<p>1) $x + y$; 2) xy; 3) $\frac{x}{y}$; 4) $xy - \frac{x}{y}$,</p> <p>5) $\sqrt{x} + y^2$ если $x = 7,4 \pm 0,02$; $y = 6,1 \pm 0,04$</p>
3 <u>Вариант</u>	4 вариант
<i>1. Контрольные вопросы*</i>	
<p>Как округлить числа?</p> <p>а) до десятых;</p> <p>б) до тысячных?</p>	
<i>2. Найти значение выражения с помощью микрокалькулятора, округляя до тысячных.*</i>	
<p>1. $3x^2 - x + 6$, если $x = 0,4$;</p> <p>2. $\frac{3x - 12}{x^3 - 4}$, если $x = -6$;</p> <p>3. $4x^2 - 2\sqrt{x} + 9$, если $x = 5,2$</p> <p>4. $5(x^2 + 9) - 8xy$, если $x = -0,6$; $y = 5$</p> <p>5. $\frac{3x - x^2}{x^3}$, если $x = 2,4$</p> <p>6. $-x^2 + x + 8$, если $x = 0,3$</p>	<p>1. $2x^2 - 5x + 7$, если $x = 0,2$;</p> <p>2. $\frac{8x - 10}{x^3 - 7}$, если $x = -3$;</p> <p>3. $2x^2 - 5\sqrt{x} + 7$, если $x = 2,2$</p> <p>4. $3(x^2 + 5) - 4xy$, если $x = -0,2$; $y = 3$</p> <p>5. $\frac{3 - 2x^2}{x^3}$, если $x = 2,5$</p> <p>6. $-x^2 + 7x + 1$, если $x = 0,1$</p>
<i>3. Найти значение выражения и абсолютную погрешность вычислений:</i>	
<p>1) $x + y$; 2) xy; 3) $\frac{y}{x}$; 4) $xy - \frac{y}{x}$,</p> <p>5) $\sqrt{x} + y^2$ если $x = 6,3 \pm 0,01$;</p>	<p>1) $x + y$; 2) xy; 3) $\frac{x}{y}$; 4) $xy - \frac{x}{y}$,</p> <p>5) $\sqrt{x} + y^2$ если $x = 7,4 \pm 0,02$; $y = 6,1 \pm 0,04$</p>

Практическая работа №2.

Решение прикладных задач на проценты.

Вариант 1

1. Флакон шампуня стоит 200 рублей. Какое наибольшее число флаконов можно купить на 1000 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 15%?
2. Шариковая ручка стоит 30 рублей. Какое наибольшее число таких ручек можно будет купить на 700 рублей после повышения цены на 25%?
3. Тетрадь стоит 40 рублей. Какое наибольшее число таких тетрадей можно будет купить на 750 рублей после понижения цены на 10%?
4. Магазин закупает цветочные горшки по оптовой цене 90 рублей за штуку и продает с наценкой 20%. Какое наибольшее число таких горшков можно купить в этом магазине на 1100 рублей?
5. Оптовая цена учебника 220 рублей. Розничная цена на 20% выше оптовой. Какое наибольшее число таких учебников можно купить по розничной цене на 9000 рублей?

Вариант 2

1. Железнодорожный билет для взрослого стоит 530 рублей. Стоимость билета для школьника составляет 50% от стоимости билета для взрослого. Группа состоит из 14 школьников и 3 взрослых. Сколько рублей стоят билеты на всю группу?
2. Цена на электрический чайник была повышена на 16% и составила 3480 рублей. Сколько рублей стоил чайник до повышения цены?
3. Футболка стоила 800 рублей. После снижения цены она стала стоить 680 рублей. На сколько процентов была снижена цена на футболку?
4. В городе N живет 300000 жителей. Среди них 20% детей и подростков. Среди взрослых 35% не работает (пенсионеры, студенты, домохозяйки и т.п.). Сколько взрослых работает?
5. Клиент взял в банке кредит 3000 руб. на год под 12%. Он должен погашать кредит, внося в банк ежемесячно одинаковую сумму денег, с тем чтобы через год выплатить всю сумму, взятую в кредит, вместе с процентами. Сколько он должен вносить в банк ежемесячно?

Вариант 3

1. Флакон шампуня стоит 400 рублей. Какое наибольшее число флаконов можно купить на 1000 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 10%?
2. Шариковая ручка стоит 40 рублей. Какое наибольшее число таких ручек можно будет купить на 800 рублей после повышения цены на 15%?
3. Тетрадь стоит 60 рублей. Какое наибольшее число таких тетрадей можно будет купить на 900 рублей после понижения цены на 15%?
4. Магазин закупает цветочные горшки по оптовой цене 150 рублей за штуку и продает с наценкой 30%. Какое наибольшее число таких горшков можно купить в этом магазине на 2100 рублей?
5. Оптовая цена учебника 350 рублей. Розничная цена на 30% выше оптовой. Какое наибольшее число таких учебников можно купить по розничной цене на 8000 рублей?

Вариант 4

1. Железнодорожный билет для взрослого стоит 2500 рублей. Стоимость билета для школьника составляет 50% от стоимости билета для взрослого. Группа состоит из 12 школьников и 2 взрослых. Сколько рублей стоят билеты на всю группу?
2. Цена на электрический чайник была повышена на 15% и составила 2100 рублей. Сколько рублей стоил чайник до повышения цены?
3. Футболка стоила 1000 рублей. После снижения цены она стала стоить 680 рублей. На сколько процентов была снижена цена на футболку?

4. В городе N живет 1500000 жителей. Среди них 30% детей и подростков. Среди взрослых 25% не работает (пенсионеры, студенты, домохозяйки и т.п.). Сколько взрослых работает?

5. Клиент взял в банке кредит 300000 руб. на год под 15 %. Он должен погашать кредит, внося в банк ежемесячно одинаковую сумму денег, с тем чтобы через год выплатить всю сумму, взятую в кредит, вместе с процентами. Сколько он должен вносить в банк ежемесячно?

Вопросы для устного опроса

1. Множества каких чисел вы знаете? Приведите примеры.
2. Что такое периодическая дробь?
3. Как записать периодическую дробь в виде обыкновенной?
4. Что называется процентом числа?
5. Перечислите основные правила нахождения процента?
6. Алгебраическая форма записи комплексного числа?
7. Модуль и аргумент комплексного числа?
8. Действия над комплексными числами в алгебраической форме?
9. Тригонометрическая форма записи комплексного числа?
10. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме?
11. Показательная форма записи комплексного числа?
12. Действия над комплексными числами в показательной форме?

Тема 2. Корни, степени и логарифмы

Практическая работа №3.

Вычисление корней с натуральным показателем. Преобразование иррациональных выражений.

Вариант 1

1. Вычислить:

а) $\sqrt[3]{\frac{1}{8}}$, б) $\sqrt[4]{81}$, в) $2\sqrt[4]{625} - \sqrt[3]{64}$, г) $4^{\frac{5}{2}} + 4^0 - 3^{-2} \cdot 27^{\frac{2}{3}}$

2. Внести множитель под корень: а) $2\sqrt[3]{2}$, б) $y^2 z \cdot \sqrt[4]{10y^3}$

3. Вынести множитель из-под корня.

а) $\sqrt[4]{12x^4}$, б) $\sqrt[3]{27x^{15}y^4}$

4. Упростите выражение:

а) $\sqrt[3]{\sqrt{x^9}}$, б) $\sqrt[6]{81}$, в) $\sqrt[5]{y^{25}}$, г) $\sqrt[6]{y}(\sqrt[6]{y^5} + \sqrt[6]{y})$, д) $(\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{7})^2$

Вариант 2

1. Вычислить:

а) $\sqrt[4]{16}$, б) $\sqrt[3]{\frac{1}{27}}$, в) $\sqrt[4]{625} - 2 \cdot \sqrt[3]{8}$, г) $8^{\frac{2}{3}} - 25^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{-2} + 21^0$

2. Внести множитель под корень: а) $5\sqrt[3]{2}$, б) $x^2 \cdot \sqrt[4]{3x}$

3. Вынести множитель из-под корня.

а) $\sqrt[3]{3x^3}$, б) $\sqrt[4]{81x^8y^5}$

4. Упростите выражение:

а) $\sqrt[3]{\sqrt{x^2}}$, б) $\sqrt[4]{25}$, в) $\sqrt[5]{x^{10}}$, г) $\sqrt[6]{x(\sqrt[6]{x^5} - \sqrt[6]{x})}$, д) $(\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{2})^2$

Вариант 3

1. Вычислить:

а) $\sqrt[5]{32}$, б) $\sqrt[3]{0,001}$, в) $\sqrt[4]{\frac{1}{16}} - 5 \cdot \sqrt[3]{27}$, г) $16^{\frac{3}{4}} - 9^{\frac{1}{2}} \cdot 5^{-2} + 27^0$

2. Внести множитель под корень: а) $3\sqrt[4]{4}$, б) $x^5 \cdot \sqrt[3]{3x^2}$

3. Вынести множитель из-под корня.

а) $\sqrt[7]{7x^7}$, б) $\sqrt[4]{16x^{12}y^7}$

4. Упростите выражение:

а) $\sqrt[5]{\sqrt{x^4}}$, б) $\sqrt[4]{49}$, в) $\sqrt[4]{x^8}$, г) $\sqrt[4]{x(\sqrt[4]{x^3} + 2 \cdot \sqrt[4]{x})}$, д) $(\sqrt[8]{a} + \sqrt[8]{5})^2$

Домашняя контрольная работа №2. Вычисление степеней с натуральным показателем

<u>1 вариант</u>	<u>2 вариант</u>
<i>1. Контрольные вопросы*</i>	
а) Что такое степень числа? б) Степени с натуральным показателем; в) Какие свойства степеней вы знаете?	
<i>2. Вычислить:*</i>	
1) $9^{\frac{1}{2}} + (-1)^{-5} \cdot 0,5^{-1}$; 2) $(-1)^{-12} \cdot 1000^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{1}{6}\right)^{-2}$;	1) $16^{\frac{3}{4}} - \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} \cdot 81^{\frac{1}{2}}$; 2) $(-1)^{-13} \cdot 49^{\frac{3}{2}} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$;
<i>3. Упростить и найти значения выражений:</i>	
1) $\frac{a^{-6} \cdot a^{-7}}{a^{-17}}$, при $a = -\frac{1}{2}$; 2) $x^{\frac{1}{6}} \cdot x^{-\frac{2}{3}} \cdot x^{-2}$, при $x = 36$	1) $\frac{a^{-15}}{a^{-12} \cdot a^{-2}}$, при $a = -\frac{1}{3}$; 2) $x^{\frac{5}{6}} \cdot x^{-\frac{2}{3}} \cdot x^{-1}$, при $x = 1000000$

<u>3 вариант</u>	<u>4 вариант</u>
<i>1. Контрольные вопросы*</i>	
а) Что такое степень числа? б) Степени с натуральным показателем; в) Какие свойства степеней вы знаете?	
<i>2. Вычислить:*</i>	
1) $27^{\frac{2}{3}} \cdot (49)^{\frac{1}{2}} + (0,36)^{-\frac{1}{2}} \cdot 8^{-1}$; 2) $(-1)^{-12} \cdot 1000^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{1}{6}\right)^{-2}$;	1) $(-1)^{-13} \cdot 49^{\frac{3}{2}} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$; 2) $64^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{1}{81}\right)^{\frac{3}{4}} - (-3)^{-2} \cdot (-81)^0$;
<i>3. Упростить и найти значения выражений:</i>	
1) $\frac{a^{-6} \cdot a^{-7}}{a^{-17}}$, при $a = -\frac{1}{3}$; 2) $x^{\frac{1}{6}} \cdot x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{-2}$, при $x = 36$	1) $\frac{a^{-16}}{a^{-12} \cdot a^{-3}}$, при $a = -\frac{1}{3}$; 2) $x^{\frac{5}{6}} \cdot x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{-1}$, при $x = 100$

Практическая работа №4.

Вычисление степеней с рациональным показателем. Преобразование степенных выражений

Вариант 1

Вычислить:

1) $9^{\frac{1}{2}} + (-1)^{-5} \cdot 0,5^{-1}$; 2) $(-1)^{-12} \cdot 1000^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{1}{6}\right)^{-2}$; 3) $0,25^{\frac{1}{2}} \cdot 64^{\frac{1}{3}} - (-28)^0$; 4) $16^{\frac{3}{4}} - \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} \cdot 81^{\frac{1}{2}}$;

5) $64^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{1}{81}\right)^{-\frac{3}{4}} - (-3)^{-2} \cdot (-81)^0$; 6) $27^{\frac{2}{3}} \cdot (49)^{\frac{1}{2}} + (0,36)^{-\frac{1}{2}} \cdot 8^{-1}$;

7) $25^{\frac{3}{2}} \cdot 16^{\frac{1}{2}} - (-4)^{-2} \cdot 8^{-1} \cdot 27^{\frac{2}{3}}$; 8) $64^{\frac{2}{3}} \cdot 32^{\frac{2}{5}} + \left(-\frac{1}{9}\right)^{-2} \cdot (-1)^0$

Упростить и найти значения выражений:

1) $\frac{a^{-6} \cdot a^{-7}}{a^{-17}}$, при $a = -\frac{1}{2}$; 2) $x^{\frac{1}{6}} \cdot x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{-2}$, при $x = 36$; 3) $(y^{-2})^{\frac{3}{2}} \cdot y^{\frac{1}{3}}$, при $y = 8$

Вариант 2

Вычислить:

$$1) 8^{\frac{1}{3}} + (-1)^{-8} \cdot 0,2^{-3}; 2) (-1)^{-13} \cdot 49^{\frac{3}{2}} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}; 3) 0,001^{\frac{1}{3}} \cdot 8^{\frac{2}{3}} - (-39)^0; 4) 81^{\frac{3}{4}} - \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} \cdot 64^{\frac{1}{2}};$$

$$5) 100^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{1}{16}\right)^{-\frac{3}{4}} - 5^{-2} \cdot (-49)^0; 6) 64^{\frac{2}{3}} \cdot (10000)^{\frac{1}{2}} + (0,36)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2^{-1};$$

$$7) 4^{\frac{3}{2}} \cdot 9^{-\frac{1}{2}} - (-4)^{-2} \cdot 16^{-1} \cdot 27^{\frac{2}{3}}; 8) 0,001^{-\frac{2}{3}} \cdot 32^{\frac{1}{5}} + \left(-\frac{1}{8}\right)^{-2} \cdot (-1)^{16}$$

Упростить и найти значение выражения:

$$1) \frac{a^{-16}}{a^{-12} \cdot a^{-3}}, \text{ при } a = -\frac{1}{3}; 2) x^{\frac{5}{6}} \cdot x^{-\frac{2}{3}} \cdot x^{-1}, \text{ при } x = 1000000; 3) (y^{-4})^{\frac{1}{12}} \cdot y^{\frac{1}{2}}, \text{ при } y = 64$$

Вариант 3

Вычислить:

$$1) 9^{\frac{1}{2}} + (-1)^{-5} \cdot 0,5^{-1}; 2) (-1)^{-12} \cdot 1000^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{1}{6}\right)^{-2}; 3) 0,25^{-\frac{1}{2}} \cdot 64^{\frac{1}{3}} - (-28)^0; 4) 16^{\frac{3}{4}} - \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} \cdot 81^{\frac{1}{2}};$$

$$5) 64^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{1}{81}\right)^{-\frac{3}{4}} - (-3)^{-2} \cdot (-81)^0; 6) 27^{\frac{2}{3}} \cdot (49)^{\frac{1}{2}} + (0,36)^{-\frac{1}{2}} \cdot 8^{-1};$$

$$7) 25^{\frac{3}{2}} \cdot 16^{-\frac{1}{2}} - (-4)^{-2} \cdot 8^{-1} \cdot 27^{\frac{2}{3}}; 8) 64^{-\frac{2}{3}} \cdot 32^{\frac{2}{5}} + \left(-\frac{1}{9}\right)^{-2} \cdot (-1)^0$$

Упростить и найти значения выражений:

$$1) \frac{a^{-6} \cdot a^{-7}}{a^{-17}}, \text{ при } a = -\frac{1}{2}; 2) x^{\frac{1}{6}} \cdot x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{-2}, \text{ при } x = 36; 3) (y^{-2})^{\frac{3}{2}} \cdot y^{\frac{1}{3}}, \text{ при } y = 8$$

Вариант 4

Вычислить:

$$1) 8^{\frac{1}{3}} + (-1)^{-8} \cdot 0,2^{-3}; 2) (-1)^{-13} \cdot 49^{\frac{3}{2}} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}; 3) 0,001^{\frac{1}{3}} \cdot 8^{\frac{2}{3}} - (-39)^0; 4) 81^{\frac{3}{4}} - \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} \cdot 64^{\frac{1}{2}};$$

$$5) 100^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{1}{16}\right)^{-\frac{3}{4}} - 5^{-2} \cdot (-49)^0; 6) 64^{\frac{2}{3}} \cdot (10000)^{\frac{1}{2}} + (0,36)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2^{-1};$$

$$7) 4^{\frac{3}{2}} \cdot 9^{-\frac{1}{2}} - (-4)^{-2} \cdot 16^{-1} \cdot 27^{\frac{2}{3}}; 8) 0,001^{-\frac{2}{3}} \cdot 32^{\frac{1}{5}} + \left(-\frac{1}{8}\right)^{-2} \cdot (-1)^{16}$$

Упростить и найти значение выражения:

1) $\frac{a^{-16}}{a^{-12} \cdot a^{-3}}$, при $a = -\frac{1}{3}$; 2) $x^{\frac{5}{6}} \cdot x^{-\frac{2}{3}} \cdot x^{-1}$, при $x = 1000000$; 3) $(y^{-4})^{\frac{1}{12}} \cdot y^{\frac{1}{2}}$, при $y = 64$

Практическая работа №5.

Вычисление логарифмов числа.

Вариант 1

1. Вычислить:

а) $\log_5 \frac{1}{25}$; б) $\log_{27} 9$; в) $\log_{\sqrt{5}} 5\sqrt{5}$; г) $\log_{49} \frac{1}{7}$; д) $\log_{45} 81 + \log_{45} 25$

е) $\log_{\frac{1}{3}} 162 - \log_{\frac{1}{3}} 6$; ж) $\frac{1}{2} \log_{20} 16 + \log_{20} 5$; з) $25^{\log_5 4}$; и) $7^{3+\log_7 2}$; к) $6^{4-\log_6 3}$

2. Привести логарифм к новому основанию: а) $\log_4 100$ к 10; б) $\log_4 100$ к 2.

Вариант 2

1. Вычислить:

а) $\log_{\frac{1}{125}} \frac{1}{625}$; б) $\log_{16} 8$; в) $\log_{\sqrt{7}} 49\sqrt{7}$; г) $\log_{81} \frac{1}{9}$; д) $\log_{15} 27 + \log_{15} 125$

е) $\log_{\frac{1}{5}} 250 - \log_{\frac{1}{5}} 10$; ж) $\frac{1}{2} \log_{30} 81 + \log_{30} 100$; з) $9^{2+\log_9 2}$; и) $49^{\log_7 4}$; к) $5^{2-\log_5 2}$

2. Привести логарифм к новому основанию: а) $\log_{125} 9$ к 3; б) $\log_{121} 9$ к 11.

Вариант 3

1. Вычислить:

а) $\log_{\frac{4}{25}} \frac{16}{625}$; б) $\log_{36} 6$; в) $\log_{\sqrt{3}} 27\sqrt{3}$; г) $\log_{27} \frac{1}{81}$; д) $\log_{24} 9 + \log_{24} 64$

е) $\log_{\frac{1}{4}} 48 - \log_{\frac{1}{4}} 3$; ж) $\frac{1}{3} \lg 64 + \lg 25$; з) $16^{2+\log_{16} 2}$; и) $27^{\log_3 4}$; к) $6^{2-\log_6 2}$

2. Привести логарифм к новому основанию: а) $\log_4 125$ к 2; б) $\log_{25} 9$ к 5.

Вариант 4

1. Вычислить:

а) $\log_{\frac{9}{25}} \frac{81}{625}$; б) $\log_8 32$; в) $\log_{\sqrt{3}} 81\sqrt{3}$; г) $\log_{64} \frac{1}{16}$; д) $\log_{12} 27 + \log_{12} 64$

е) $\log_{\frac{1}{6}} 180 - \log_{\frac{1}{6}} 5$; ж) $\frac{1}{2} \log_6 64 + \log_6 27$; з); $\frac{1}{9}^{2+\log_{\frac{1}{9}} 2}$ и) $144^{\log_{12} 4}$; к) $10^{3-\lg 2}$

2. Привести логарифм к новому основанию: а) $\log_{36} 9$ к 6; $\log_{1000} 25$ к 10.

Домашняя контрольная работа №3.

Вычисление логарифмов числа. Вычисление логарифмических выражений

<u>1 вариант</u>	<u>2 вариант</u>
1. Контрольные вопросы*	
а) Что такое логарифм числа?	
б) Какие свойства логарифмов вы знаете?	
2. Вычислить:*	
1) $\log_5 \frac{1}{25}$ 2) $\log_3 27$; 3) $\log_{\frac{1}{3}} 162 - \log_{\frac{1}{3}} 6$; 4) $\frac{1}{2} \log_{20} 16 + \log_{20} 5$; 5) $\log_{\frac{1}{2}} 28 - \log_{\frac{1}{2}} 14$; 6) $7^{3+\log_7 2}$; 7) $\log_{49} \frac{1}{7}$; 8) $\log_{\sqrt{5}} 5\sqrt{5}$.	1) $\log_{\frac{1}{125}} \frac{1}{625}$; 2) $\log_{16} 8$; 3) $\log_{\sqrt{7}} 49\sqrt{7}$; 4) $\log_{81} \frac{1}{9}$; 5) $\log_{15} 27 + \log_{15} 125$ 6) $\log_{\frac{1}{5}} 250 - \log_{\frac{1}{5}} 10$; 7) $\frac{1}{2} \log_{30} 81 + \log_{30} 100$; 8); $9^{2+\log_9 2}$
3. Найти область определения логарифма:	
1) $\log_5 (x^2 - 5x + 4)$; 2) $\log_{x-5} (3x^2 - 4x + 1)$	1) $\log_8 (x^2 - 5x + 6)$; 2) $\log_{2x-3} (4x^2 - 5x + 1)$

3) $\log_{5x^2-4x} 45$	3) $\log_{7x^2-6x} 45$
4. Привести логарифм к новому основанию:	
1) $\log_4 100$ к 10; 2) $\log_4 100$ к 2.	1) $\log_{125} 9$ к 3; 2) $\log_{125} 9$ к 11.

<u>3 вариант</u>	<u>4 вариант</u>
3. Контрольные вопросы*	
а) Что такое логарифм числа? б) Какие свойства логарифмов вы знаете?	
4. Вычислить:*	
1) $\log_{\frac{4}{25}} \frac{16}{625}$; 2) $\log_{36} 6$; 3) $\log_{\sqrt{3}} 27\sqrt{3}$; 4) $\log_{27} \frac{1}{81}$; 5) $\log_{24} 9 + \log_{24} 64$ 6) $\log_{\frac{1}{4}} 48 - \log_{\frac{1}{4}} 3$; 7) $\frac{1}{3} \lg 64 + \lg 25$; 8) $16^{2+\log_6 2}$	1) $\log_{\frac{9}{25}} \frac{81}{625}$; 2) $\log_8 32$; 3) $\log_{\sqrt{3}} 81\sqrt{3}$; 4) $\log_{64} \frac{1}{16}$; 5) $\log_{12} 27 + \log_{12} 64$ 6) $\log_{\frac{1}{6}} 180 - \log_{\frac{1}{6}} 5$; 7) $\frac{1}{2} \log_6 64 + \log_6 27$; 8) $\frac{1}{9}^{2+\log_{\frac{1}{9}} 2}$
3. Найти область определения логарифма:	
1) $\log_{24}(2x^2 - 7x + 5)$; 2) $\log_{2x-7}(4x^2 - 3x - 1)$	1) $\log_{12}(4x^2 - 3x - 1)$; 2) $\log_{x-8}(x^2 - 14x + 40)$

3) $\log_{6x^2-5x} 45$	3) $\log_{3x^2-2x} 4$
4. Привести логарифм к новому основанию:	
1) $\log_4 125$ к 2; 2) $\log_{25} 9$ к 5.	1) $\log_{36} 9$ к 6; 2) $\log_{1000} 25$ к 10

**Практическая работа №6.
Преобразования логарифмических выражений**

Вариант 1

1. Найдите число x по данному его логарифму:

а) $\log_2 x = \log_2 72 - \log_2 9$;

2. Вычислить:

а) $\log_2 4 \cdot \log_3 27$;

б) $\log_{\frac{1}{2}} 4 \cdot \log_3 9 : \log_4 \frac{1}{4}$;

в) $\log \sqrt{2} (\sin \frac{\pi}{8}) + \log \sqrt{2} (2 \cos \frac{\pi}{8})$;

Вариант 2

1. Найдите число x по данному его логарифму:

а) $\log_4 x = \log_4 2 \sqrt{2} + \log_4 8 \sqrt{8}$;

2. Вычислить:

а) $\log_5 125 : \log_4 16$

б) $\log \sqrt{3} 3\sqrt{3} : \log_{\frac{1}{7}} \sqrt{49} \cdot \log_5 \sqrt{5}$;

в) $\log_{\frac{1}{2}} (\cos \frac{\pi}{6} + \sin \frac{\pi}{6}) + \log_{\frac{1}{2}} (\cos \frac{\pi}{6} - \sin \frac{\pi}{6})$;

Вариант 3

1. Найдите число x по данному его логарифму:

а) $\log_7 x = \log_7 14 - \log_7 98$

2. Вычислить:

а) $\log_{0,5} 0,25 \cdot \log_{0,3} 0,09$;

б) $\log_3 81 : \log_{0,5} 2 \cdot \log_5 125$;

в) $\log_{\frac{1}{2}} (2 \sin \frac{\pi}{12}) + \log_{\frac{1}{2}} (\cos \frac{\pi}{12})$;

Вариант 4

1. Найдите число x по данному его логарифму:

а) $\lg x + \lg \frac{1}{8} + \lg \frac{1}{125}$

2. Вычислить:

а) $\lg 1000 : \lg 100$.

б) $\log \sqrt{5} \cdot 5\sqrt{5} \cdot \log 0,3\sqrt{0,3} : \lg 10\sqrt{0,1}$.

в) $\log \frac{\sqrt{3}}{2} (\cos \frac{\pi}{12} - \sin \frac{\pi}{12}) + \log \frac{\sqrt{3}}{2} (\cos \frac{\pi}{12} + \sin \frac{\pi}{12})$.

Домашняя контрольная работа №4

Преобразования логарифмических выражений.

<u>1 вариант</u>	<u>2 Вариант</u>
1) <i>Контрольные вопросы*</i>	
а) Что такое логарифм числа? б) Какие свойства логарифмов вы знаете?	
2) <i>Вычислить.*</i>	
1) $\log \frac{1}{3} \frac{1}{81}$; 2) $\log \frac{1}{4} 16$; 3) $\log_5 \frac{1}{25}$; 4) $\log_{81} 9$; 5) $\log_{32} 2$;	1) $\log \frac{1}{5} \frac{1}{25}$; 2) $\log_4 16$; 3) $\log \frac{1}{27} 9$; 4) $\log_{56} 7 + \log_{56} 8$; 5) $64^{\log_8 5}$;
3. <i>Найти область определения логарифма:</i>	
1) $\log_5 (x^2 - 5x + 4)$; 2) $\log_{x-5} (3x^2 - 4x + 1)$	1) $\log_5 (x^2 - 5x + 4)$; 2) $\log_{x-5} (3x^2 - 4x + 1)$
4. <i>Привести логарифм к новому основанию:</i>	
1) $\log_{125} 64$ к 5; 2) $\log_{196} 25$ к 14	1) $\log_{16} 81$ к 9; 2) $\log_{169} 25$ к 13.

<u>3 вариант</u>	<u>4 вариант</u>
1) <i>Контрольные вопросы*</i>	
а) Что такое логарифм числа? б) Какие свойства логарифмов вы знаете?	
2) <i>Вычислить.*</i>	
2) $\log_{\frac{5}{4}} \frac{25}{16}$; 2) $\log_3 27$; 3) $\log_{\sqrt{11}} 121\sqrt{11}$; 4) $\log_6 9 + \log_6 4$; 5) $\log_{\frac{1}{2}} 28 - \log_{\frac{1}{2}} 14$;	1) $\log_3 \frac{1}{27}$; 2) $\log_{\frac{1}{2}} 2$; 3) $\log_{\sqrt{12}} 144$; 4) $\log_{56} 7 + \log_{56} 8$; 5) $\log_5 75 - \log_5 3$;
3. <i>Найти область определения логарифма:</i>	
1) $\log_5 (x^2 - 5x + 4)$; 2) $\log_{x-5} (3x^2 - 4x + 1)$.	1) $\log_5 (x^2 - 7x + 12)$; 2) $\log_{x-5} (3x^2 - x + 2)$.
4. <i>Привести логарифм к новому основанию:</i>	
1) $\log_{64} 27$ к 3; 2) $\log_{81} 32$ к 2.	1) $\log_{16} 81$ к 9 2) $\log_{169} 25$ к 13.

Контрольная работа №1.
Корни, степени и логарифмы
Вариант 1

1. Вычислить:

а) $8^{-\frac{1}{3}} + (-1)^{-8} \cdot 0,2^{-3}$; б) $81^{\frac{3}{4}} - \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} \cdot 64^{-\frac{1}{2}}$;

в) $64^{-\frac{2}{3}} \cdot (10000)^{\frac{1}{2}} + (0,36)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2^{-1}$; г) $0,001^{-\frac{2}{3}} \cdot 32^{\frac{1}{5}} + \left(-\frac{1}{8}\right)^{-2} \cdot (-1)^{16}$

2. Упростить и найти значение выражения:

$$\frac{a^{-16}}{a^{-12} \cdot a^{-3}}, \text{ при } a = -\frac{1}{3};$$

3. Упростить или вычислить:

а) $2\sqrt[4]{625} - \sqrt[3]{64}$; б) $\sqrt[3]{27x^{15}y^4}$; в) $\sqrt[3]{\sqrt{x^9}}$

4. Вычислить:

а) $\log_5 \frac{1}{25}$; б) $\log_{\sqrt{5}} 5\sqrt{5}$; в) $\log_{\frac{1}{3}} 162 - \log_{\frac{1}{3}} 6$; г) $\frac{1}{2} \log_{20} 16 + \log_{20} 5$; д) $25^{\log_5 4}$; е) $6^{4 - \log_6 3}$

Вариант 2

1. Вычислить:

а) $9^{\frac{1}{2}} + (-1)^{-5} \cdot 0,5^{-1}$; б) $16^{\frac{3}{4}} - \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} \cdot 81^{-\frac{1}{2}}$;

в) $27^{-\frac{2}{3}} \cdot (49)^{\frac{1}{2}} + (0,36)^{-\frac{1}{2}} \cdot 8^{-1}$; г) $64^{-\frac{2}{3}} \cdot 32^{\frac{2}{5}} + \left(-\frac{1}{9}\right)^{-2} \cdot (-1)^0$

2. Упростить и найти значение выражения:

$$x^{\frac{5}{6}} \cdot x^{-\frac{2}{3}} \cdot x^{-1}, \text{ при } x = 1000000;$$

3. Упростить или вычислить:

а) $\sqrt[4]{625} - 2 \cdot \sqrt[3]{8}$; б) $\sqrt[4]{81x^8y^5}$; в) $\sqrt{\sqrt[3]{x^2}}$

4. Вычислить:

а) $\log_{\sqrt{7}} 49\sqrt{7}$; б) $\log_{81} \frac{1}{9}$; в) $\log_{\frac{1}{5}} 250 - \log_{\frac{1}{5}} 10$; г) $\frac{1}{2} \log_{30} 81 + \log_{30} 100$; д) $9^{2 + \log_9 2}$; е) $49^{\log_7 4}$

Вариант 3

1. Вычислить:

а) $(-1)^{-13} \cdot 49^{\frac{3}{2}} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$; б) $0,001^{-\frac{1}{3}} \cdot 8^{\frac{2}{3}} - (-39)^0$;

$$\text{в) } 100^{-\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{1}{16}\right)^{-\frac{3}{4}} - 5^{-2} \cdot (-49)^0; \quad \text{г) } 4^{\frac{3}{2}} \cdot 9^{-\frac{1}{2}} - (-4)^{-2} \cdot 16^{-1} \cdot 27^{\frac{2}{3}};$$

2. Упростить и найти значение выражения:

$$\left(y^{-4}\right)^{\frac{1}{12}} \cdot y^{\frac{1}{2}}, \text{ при } y = 64$$

3. Упростить или вычислить:

$$\text{а) } \sqrt[4]{\frac{1}{16}} - 5 \cdot \sqrt[3]{27}; \quad \text{б) } \sqrt[4]{16x^{12}y^7}; \quad \text{в) } \sqrt{\sqrt{x^4}}$$

4. Вычислить:

$$\text{а) } \log_{\sqrt{3}} 27\sqrt{3}; \quad \text{б) } \log_{27} \frac{1}{81}; \quad \text{в) } \log_{\frac{1}{4}} 48 - \log_{\frac{1}{4}} 3; \quad \text{г) } \frac{1}{3} \lg 64 + \lg 25; \quad \text{д) } 27^{\log_3 4}; \quad \text{е) } 6^{2 - \log_6 2}$$

Вариант 4

1. Вычислить:

$$\text{а) } (-1)^{-12} \cdot 1000^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{1}{6}\right)^{-2}; \quad \text{б) } 0,25^{-\frac{1}{2}} \cdot 64^{\frac{1}{3}} - (-28)^0;$$

$$\text{в) } 64^{-\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{1}{81}\right)^{-\frac{3}{4}} - (-3)^{-2} \cdot (-81)^0; \quad \text{г) } 25^{\frac{3}{2}} \cdot 16^{-\frac{1}{2}} - (-4)^{-2} \cdot 8^{-1} \cdot 27^{\frac{2}{3}};$$

2. Упростить и найти значение выражения:

$$\frac{a^{-6} \cdot a^{-7}}{a^{-17}}, \text{ при } a = -\frac{1}{2};$$

3. Упростить или вычислить:

$$\text{а) } \sqrt[4]{625} + 2 \cdot \sqrt[3]{8}; \quad \text{б) } \sqrt[4]{81x^8y^5}; \quad \text{в) } \sqrt[3]{\sqrt{x^6}}$$

4. Вычислить:

$$\text{а) } \log_{\sqrt{3}} 81\sqrt{3}; \quad \text{б) } \log_{64} \frac{1}{16}; \quad \text{в) } \log_{\frac{1}{6}} 180 - \log_{\frac{1}{6}} 5; \quad \text{г) } \frac{1}{2} \log_6 64 + \log_6 27; \quad \text{д) } \frac{1}{9}^{2 + \log_{\frac{1}{9}} 2}; \quad \text{е) } 144^{\log_{12} 4}$$

Вопросы для устного опроса

1. Какие числа называются натуральными?
2. Как может быть представлено любое рациональное число?
3. Из каких множеств состоит множество действительных чисел?
4. Сформулировать определение периодической дроби.
5. Сформулировать определение арифметического корня натуральной степени.
6. Сформулировать определение степени с рациональным показателем.
7. Сформулировать определение степени с иррациональным показателем.
8. Сформулировать определение степени с действительным показателем.
9. Свойства степени с действительными показателями.
10. Что такое логарифм числа?
11. Основное логарифмическое тождество.

Тема 3. Основы тригонометрии

Тема 3.1. Основные понятия тригонометрии

Вопросы для устного опроса

1. Свойства синуса, косинуса, тангенса и котангенса.
2. Единицы измерения углов
3. Понятие радиана.
4. Определения тригонометрических функций.
5. Знаки тригонометрических функций по четвертям
6. Составить таблицу значений тригонометрических функций при $0 \leq t < 90$.
7. Основное тригонометрическое тождество.
8. Значения тригонометрических функций от отрицательного аргумента.
9. Формулы приведения тригонометрических функций.
10. Формула перехода от радиана к градусу.
11. Формула перехода от градуса к радиану.

Практическая работа №7.

Измерение углов вращения в градусах и радианах. Значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса числа.

Вариант 1

1. Перевести угол из градусной системы измерения в радианную и отметить угол на тригонометрической окружности:

- 1) 30° ; 2) -270° ; 3) $-22,5^\circ$; 4) 105°

2. Перевести угол из радианной системы измерений в градусную и отметить угол на тригонометрической окружности.

- 1) $\frac{\pi}{6}$; 2) $-\frac{2\pi}{3}$; 3) $\frac{17\pi}{6}$; 4) $-\frac{13\pi}{6}$;

3. Найти синусы, косинусы, тангенсы, котангенсы углов.

- 1) 30° ; 2) 300° ; 3) -120° .

Вариант2

1.Перевести угол из градусной системы измерения в радианную и отметить угол на тригонометрической круге:

1) 60° ; 2) -240° ; 3) $-22,5^\circ$; 4) 315°

2.Перевести угол из радианной системы измерений в градусную и отметить угол на тригонометрическом круге.

1) π ; 2) $\frac{3\pi}{4}$; 3) $\frac{5\pi}{6}$; 4) $-\frac{13\pi}{3}$;

3.Найти синусы, косинусы, тангенсы, котангенсы углов.

1) 90° ; 2) 210° ; 3) -120° .

Вариант3

1.Перевести угол из градусной системы измерения в радианную и отметить угол на тригонометрической круге:

1) 120° ; 2) -270° ; 3) -200° ; 4) 135°

2.Перевести угол из радианной системы измерений в градусную и отметить угол на тригонометрическом круге.

1) 2π ; 2) $\frac{5\pi}{4}$; 3) $\frac{\pi}{6}$; 4) $-\frac{10\pi}{3}$;

3.Найти синусы, косинусы, тангенсы, котангенсы углов.

1) 120° ; 2) 1040° ; 3) -360° .

Вариант4

1.Перевести угол из градусной системы измерения в радианную и отметить угол на тригонометрической круге:

1) 150° ; 2) -240° ; 3) -135° ; 4) 45°

2.Перевести угол из радианной системы измерений в градусную и отметить угол на тригонометрическом круге.

1) 3π ; 2) $\frac{\pi}{4}$; 3) $\frac{7\pi}{6}$; 4) $-\frac{114\pi}{3}$;

3.Найти синусы, косинусы, тангенсы, котангенсы углов.

1) 225° ; 2) 720° ; 3) -30° .

Тема 3.2. Преобразования тригонометрических выражений Домашняя контрольная работа №5

Основные тригонометрические тождества, формулы приведения

<u>1 вариант</u>	<u>2 вариант</u>
1. Контрольные вопросы*	
а) Что такое тригонометрическая функция? б) Какие тригонометрические функции вы знаете? в) Вспомните основные тригонометрические тождества и формулы.	
2. Вычислить:*	
$\sin \alpha ; \operatorname{tg} \alpha ; \operatorname{ctg} \alpha ; \sin 2 \alpha ; \cos 2 \alpha ;$ если $\cos \alpha = -0,6 ; \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$	$\sin \alpha ; \cos \alpha ; \operatorname{tg} \alpha ; \sin 2 \alpha ; \cos 2 \alpha ;$ если $\operatorname{ctg} \alpha = -2 ; \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$
3. Упростить:	
1) $\frac{1 - \cos^2 \beta}{\sin^2 \beta - 1}$ 3) $\sin 48^\circ + \sin 42^\circ$	1) $1 - \frac{1}{\sin^2 \alpha}$ 2) $\operatorname{tg} 45^\circ + \operatorname{tg} 48^\circ$

<u>3 вариант</u>	<u>4 вариант</u>
1. Контрольные вопросы*	
а) Что такое тригонометрическая функция? б) Какие тригонометрические функции вы знаете? в) Вспомните основные тригонометрические тождества и формулы.	
2. Вычислить:*	
$\sin \alpha ; \operatorname{tg} \alpha ; \operatorname{ctg} \alpha ; \sin 2 \alpha ; \cos 2 \alpha ;$ если $\cos \alpha = -0,8 ; \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$	$\sin \alpha ; \cos \alpha ; \operatorname{tg} \alpha ; \sin 2 \alpha ; \cos 2 \alpha ;$ если $\operatorname{ctg} \alpha = 4 ; \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$
3. Упростить:	
1) $\frac{\sin(-\alpha)}{1 - \cos(-\alpha)} - \operatorname{ctg}(-\alpha)$ 2) $\sin 56^\circ + \sin 42^\circ$	1) $\frac{\sin^2(-\rho) - \sin(-\rho)}{\cos^2(-\rho)}$ 2) $\operatorname{tg} 52^\circ + \operatorname{tg} 48^\circ$

Практическая работа №8.

Преобразования тригонометрических выражений с помощью формул приведения.

Вариант 1.

1. Упростить выражение

2. Упростить выражение $\sin x - 2\sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + \cos(\pi - x)$

3. Упростить выражение $\sin(-\alpha) \cdot \operatorname{ctg}\alpha + 6\cos(-\alpha)$

4. Упростить выражение $\sin(-\alpha) + \cos(-\alpha) \cdot \operatorname{tg}(-\alpha)$

5. Упростить выражение $5\sin^2 x + 5\cos^2 x - 3$

6. Упростить выражение $6\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cdot \operatorname{tg}\alpha - \cos(\pi + \alpha)$

Вариант 2.

1. Упростить выражение $\operatorname{tg}x \cdot \operatorname{ctg}x - \cos^2 x$

2. Упростить выражение $\cos^2 x + \sin^2 x + 2$

3. Упростить выражение $\cos(-x)\operatorname{tg}(\pi - x) + 3\sin x$

4. Упростить выражение $\cos(\pi - x)\operatorname{tg}(\pi + x) + 3\sin(-x)$

5. Упростить выражение $3\cos(-x)\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + 3\sin^2(-x)$

6. Упростить выражение $\sin 34^\circ \cdot \cos 26^\circ + \cos 32^\circ \cdot \sin 26^\circ$

Вариант 3.

1. Упростить выражение $\sin x - 2\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \cos(2\pi - x)$

2. Упростить выражение $\sin(-\alpha) \cdot \operatorname{ctg}(-\alpha) + 6\cos(-\alpha)$

3. Упростить выражение $\cos(-\alpha) \cdot \operatorname{tg}(-\alpha) + 2\sin(-\alpha)$

4. Упростить выражение $4\sin(-\alpha) + \cos(-\alpha) \cdot \operatorname{tg}(-\alpha)$

5. Упростить выражение $5\sin^2 x + 5\cos^2 x - 7$

6. Упростить выражение $2\operatorname{tg}x \cdot \operatorname{ctg}x - \cos^2 x$

**Домашняя контрольная работа №6
Преобразования тригонометрических выражений**

<u>1 вариант</u>	<u>2 вариант</u>
1. Контрольные вопросы*	
а) Что такое тригонометрическая функция?	

б) Какие тригонометрические функции вы знаете?	
в) Вспомните основные тригонометрические тождества и формулы.	
2. Вычислить:*	
$\sin \alpha$; $\operatorname{tg} \alpha$; $\operatorname{ctg} \alpha$; если $\cos \alpha = -0,4$; $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$	$\sin \alpha$; $\cos \alpha$; $\operatorname{tg} \alpha$; если $\operatorname{ctg} \alpha = -2$; $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$
3. Упростить:	
1) $\frac{1 - \cos^2 \beta}{\sin^2 \beta - 1}$ 2) $\frac{\sin(-\alpha)}{1 - \cos(-\alpha)} - \operatorname{ctg}(-\alpha)$ 3) $\sin 48^\circ + \sin 42^\circ$	1) $(1 - \sin \alpha)(1 + \sin \alpha)$; 2) $\sin^2 \alpha - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \alpha$; 3) $\frac{\cos(-\alpha) \cdot \cos(\pi + \alpha)}{\sin(-\alpha) \cdot \sin(\frac{\pi}{2} + \alpha)}$

<u>3 вариант</u>	<u>4 вариант</u>
1. Контрольные вопросы*	
а) Что такое тригонометрическая функция?	
б) Какие тригонометрические функции вы знаете?	
в) Вспомните основные тригонометрические тождества и формулы.	
2. Вычислить:*	
$\sin \alpha$; $\operatorname{tg} \alpha$; $\operatorname{ctg} \alpha$; если $\cos \alpha = -0,6$; $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$	$\sin \alpha$; $\cos \alpha$; $\operatorname{tg} \alpha$; $\sin 2 \alpha$; $\cos 2 \alpha$; если $\operatorname{ctg} \alpha = -4$; $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$
3. Упростить:	
1) $\sin 44^\circ + \sin 42^\circ$ 2) $\cos 24^\circ \cos 31^\circ - \sin 24^\circ \sin 31^\circ$; 3) $\sin 38^\circ \cos 12^\circ + \cos 38^\circ \sin 12^\circ$;	1) $1 - \frac{1}{\sin^2 \alpha}$ 2) $\frac{\sin^2(-\rho) - \sin(-\rho)}{\cos^2(-\rho)}$ 3) $\operatorname{tg} 52^\circ + \operatorname{tg} 48^\circ$

Практическая работа №9.

Преобразования тригонометрических выражений с помощью формул сложения, удвоения.

Вариант 1

Преобразовать выражение:

- 1) $\sin(2\pi/3 + \alpha)$
- 2) $\cos 93^\circ \cos 48^\circ + \sin 93^\circ \sin 48^\circ$
- 3) $\cos(\pi/2 - \beta)$
- 4) $\operatorname{tg}^2 9x$,
- 5) $8 \sin 30^\circ \cdot \sin 23\alpha \cdot \cos 23\alpha$
- 6) $\sin(\pi - \beta)$
- 7) $\cos(3\pi/5 + \alpha)$
- 8) $\cos 134^\circ + \cos 14^\circ$
- 9) $\sin 8\alpha$
- 10) $\cos 36\alpha$

Вариант 2

Преобразовать выражение:

- 1) $\sin 135^\circ - \sin 53^\circ$
- 2) $\sin 8\alpha$,
- 3) $\cos(3\pi/5 + \alpha)$
- 4) $\sin 68^\circ \cdot \cos 38^\circ - \cos 68^\circ \cdot \sin 38^\circ$
- 5) $\cos^2 14x$,
- 6) $\cos 42^\circ - \cos 18^\circ$
- 7) $\cos^2 18x - \sin^2 18x$
- 8) $\cos 12\alpha$ 13) $\sin(3\pi/18 - \alpha)$
- 9) $40 \sin 45^\circ \cdot \sin 2\alpha \cdot \cos 2\alpha$
- 10) $\sin^2 x/3$.

Вариант 3

Преобразовать выражение:

- 1) $\cos^2 13x - \sin^2 13x$
- 2) $\cos 54\alpha$
- 3) $\sin(2\pi/15 - \alpha)$
- 4) $\cos 56^\circ + \cos 68^\circ$
- 5) $\sin 139^\circ + \sin 41^\circ$
- 6) $\sin 95^\circ \cdot \cos 40^\circ + \cos 95^\circ \cdot \sin 40^\circ$
- 7) $\sin 6\alpha$
- 8) $\cos^2 33x$
- 9) $\cos(3\pi/7 - \alpha)$
- 10) $24 \sin 60^\circ \cdot \sin 21\alpha \cdot \cos 21\alpha$

Практическая работа №10.

Преобразования простейших тригонометрических выражений

Вариант 1

Преобразовать выражение:

- | | | |
|---|--|--------------------------------|
| 1)° $\sin 135^\circ - \sin 53^\circ$ | 6)° $\sin 8\alpha$, | 11)° $\cos (\pi/2 - \beta)$ |
| 2)° $\sin 137^\circ - \sin 47^\circ$ | 7) $2\cos (-\alpha) - \sin (-\alpha) \cdot \operatorname{ctg} (-\alpha)$ | 12) $\operatorname{tg}^2 9x$, |
| 3)° $\operatorname{tg} (3\pi/2 - \alpha)$ | 8) $8\sin 30^\circ \cdot \sin 23\alpha \cdot \cos 23\alpha$ | 13)° $\sin (\pi - \beta)$ |
| 4)° $\cos (3\pi/5 + \alpha)$ | 9) ° $\cos 134^\circ + \cos 14^\circ$ | 14)° $\sin 8\alpha$ |
| 5)° $\cos 36\alpha$ | 10)° $\cos^2 44x - \sin^2 44x$ | 15) $\sin^2 6x$ |

Вариант 2

Преобразовать выражение:

- | | | |
|---|--|---|
| 1)° $\sin 135^\circ - \sin 53^\circ$ | 6)° $\sin 8\alpha$, | 11)° $\cos (3\pi/5 + \alpha)$ |
| 2)° $\sin 68^\circ \cdot \cos 38^\circ - \cos 68^\circ \cdot \sin 38^\circ$ | 7) $\cos^2 14x$, | 12)° $\cos 42^\circ - \cos 18^\circ$ |
| 3)° $\cos^2 18x - \sin^2 18x$ | 8)° $\cos 12\alpha$ | 13)° $\sin (3\pi/18 - \alpha)$ |
| 4) $2\cos (-\alpha) - \sin (-\alpha) \cdot \operatorname{ctg} (-\alpha)$ | 9)° $\operatorname{tg} (\pi/2 - \alpha)$ | 14)° $\sin (2\pi + \beta)$ |
| 5) $40\sin 45^\circ \cdot \sin 2\alpha \cdot \cos 2\alpha$ | 10) $\sin^2 x/3$. | 15)° $\operatorname{ctg} (3\pi/2 - \alpha)$ |

Вопросы для устного опроса

1. Формулы приведения (перечислить формулы).
2. Синус и косинус двойного угла. Формулы половинного угла.
3. Синус, косинус, тангенс и котангенс суммы и разности двух углов.
4. Выражение тригонометрических функций через тангенс половинного аргумента.

Тема 3.3. Тригонометрические уравнения и неравенства

Практическая работа №11.

Решение тригонометрических уравнений

Вариант 1

Решить уравнение:

- 1) $\sin^2 x + 2\sin x \cos x - 3\cos^2 x = 0$; 2) $2\sin^2 x + 3\cos x = 0$; 3) $2\cos^2 x \sin x - \cos x = 0$;
4) $\cos(\frac{x}{4} + \frac{\pi}{6}) = -1$; 5) $\sin x + \sqrt{3}\cos x = 0$; 6) $\cos 4x + \cos 10 = 0$;
7) $2\operatorname{tg}^2 x + 3\operatorname{tg} x - 2 = 0$; 8) $\sin^2 - 5\sin x - 6 = 0$; 9) $\cos(3x + \frac{\pi}{4}) = -0,5$; 10) $\sin(8x - \frac{\pi}{3}) = 1$.

Вариант 2

Решить уравнение:

- 1) $\sin^2 x - 4\sin x \cos x + 3\cos^2 x = 0$; 2) $5\cos^2 x + 6\sin x - 5 = 0$;

3) $2\sin^2 x \cos x - \sqrt{3} \sin x = 0$; 4) $\cos\left(\frac{x}{8} + \frac{\pi}{3}\right) = 0$; 5) $\sin 7x + \sin 5x = 0$; 6) $\sin x - 3\cos x = 0$;

7) $3\operatorname{tg}^2 x + 2\operatorname{tg} x - 1 = 0$; 8) $4\sin^2 x + 11\sin x - 3 = 0$; 9) $\sin\left(5x + \frac{3\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ 10) $\sin\left(4x - \frac{\pi}{6}\right) = -1$.

Вариант 3

Решить уравнение:

1) $3\sin^2 x + 2\sin x \cos x - 5\cos^2 x = 0$; 2) $3\sin^2 x + 2\cos x - 2 = 0$; 3) $2\cos^2 x \sin x - \cos x = 0$;

4) $\cos\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{6}\right) = 1$; 5) $3\sin x + \sqrt{3}\cos x = 0$; 6) $\cos 3x + \cos 5x = 0$;

7) $\operatorname{tg}^2 x + 3\operatorname{tg} x - 4 = 0$; 8) $\sin^2 x - 3\sin x - 4 = 0$; 9) $\cos\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = -0,5$; 10) $\sin\left(3x - \frac{\pi}{3}\right) = -1$.

Домашняя контрольная работа №7

Решение простейших тригонометрических уравнений

<u>1 вариант</u>	<u>2 вариант</u>
1. <i>Контрольные вопросы*</i>	
а) дать определение тригонометрических функций; б) решение простейших тригонометрических уравнений; в) вычислить: $\arcsin \frac{1}{2} + \arccos \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{3}} + \arcsin 1$; $2\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} - 4\operatorname{arctg} 1$.	
2. <i>Решите уравнение.*</i>	
1) $\sin x - \frac{1}{2} = 0$; 2) $2\cos x - \sqrt{3} = 0$; 3) $2\cos x - 1 = 0$; 4) $\operatorname{tg} x - \sqrt{3} = 0$;	1) $\cos x - \frac{1}{2} = 0$; 2) $2\sin x - \sqrt{3} = 0$; 3) $2\sin x - 1 = 0$; 4) $\sqrt{3}\operatorname{ctg} x + 1 = 0$;
3. <i>Решить уравнение, сделав подстановку:</i>	
1) $2\sin^2 x - 5\sin x + 2 = 0$; 2) $2\cos^2 x + 5\sin x - 4 = 0$;	1) $2\cos^2 x + 5\cos x + 2 = 0$; 2) $4 + 5\cos x - 2\sin^2 x = 0$;

<u>3 вариант</u>	<u>4 вариант</u>
1. <i>Контрольные вопросы</i> *	
а) дать определение тригонометрических функций; б) решение простейших тригонометрических уравнений; в) вычислить: $\arcsin \frac{1}{2} + \arccos \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{3}} + \arcsin 1$; $2\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} - 4\operatorname{arctg} 1$.	
2. <i>Решите уравнение:</i> *	
1) $\operatorname{tg} x - \sqrt{3} = 0$; 2) $\operatorname{ctg} 3x = 1$; 3) $\sin\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$; 4) $\operatorname{tg}\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$;	1) $\sqrt{3}\operatorname{ctg} x + 1 = 0$; 2) $\operatorname{tg} 2x = 1$; 3) $\cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$; 4) $\operatorname{ctg}\left(3x - \frac{\pi}{2}\right) = 1$.
3. <i>Решить уравнение, сделав подстановку:</i>	
1) $\cos 2x + 5\sin x - 3 = 0$; 2) $2\operatorname{tg} x + 2\operatorname{ctg} x = 5$;	1) $\cos 2x + 5\cos x = 0$; 2) $3\operatorname{tg} x - 3\operatorname{ctg} x = 8$.

Вопросы для устного опроса

1. Что называется синусом угла?
2. Что называется косинусом угла?
3. Что называется тангенсом угла?
4. Что называется котангенсом угла?
5. Дайте определение единичной окружности.
6. Дайте определение линии косинуса.
7. Где или при помощи чего можно найти значения синуса, косинуса тангенса или котангенса углов?
8. Что называется арксинусом, арккосинусом, арктангенсом, арккотангенсом числа а?
9. Алгоритм решения простейших тригонометрических неравенств.

Домашняя контрольная работа №8.

Решение простейших тригонометрических неравенств

<u>1 вариант</u>	<u>2 вариант</u>
------------------	------------------

1. <i>Контрольные вопросы*</i>	
а) дать определение тригонометрических функций;	
б) решение простейших тригонометрических неравенств;	
2. <i>Решите уравнение.*</i>	
1) $\operatorname{ctg} 3x = 1$;	1) $\cos x - \frac{1}{2} = 0$;
2) $\sin\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$;	2) $2\sin x - \sqrt{3} = 0$;
3) $\operatorname{tg}\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$;	3) $2\sin x - 1 = 0$;
3. <i>Решить уравнение, сделав подстановку:</i>	
1) $2\sin^2 x - 5\sin x + 2 = 0$;	1) $2\cos^2 x + 5\cos x + 2 = 0$;
2) $2\cos^2 x + 5\sin x - 4 = 0$;	2) $4 + 5\cos x - 2\sin^2 x = 0$;

<u>3 вариант</u>	<u>4 вариант</u>
1. <i>Контрольные вопросы*</i>	
а) дать определение тригонометрических функций;	
б) решение простейших тригонометрических неравенств;	
2. <i>Решите уравнение.*</i>	
1) $\sin x - \frac{1}{2} = 0$;	1) $\operatorname{tg} 2x = 1$;
2) $2\cos x - \sqrt{3} = 0$;	2) $\cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$;
3) $2\cos x - 1 = 0$;	3) $\operatorname{ctg}\left(3x - \frac{\pi}{2}\right) = 1$.
3. <i>Решить уравнение, сделав подстановку:</i>	
1) $\cos 2x + 5\sin x - 3 = 0$;	1) $\cos 2x + 5\cos x = 0$;
2) $2\operatorname{tg} x + 2\operatorname{ctg} x = 5$;	2) $3\operatorname{tg} x - 3\operatorname{ctg} x = 8$.

Практическая работа № 12.
Тригонометрические неравенства
Вариант 1

Решить неравенство:

1) $\sin x \leq \frac{1}{2}$; 2) $\cos x > -\frac{\sqrt{2}}{2}$; 3) $\operatorname{tg} x \geq -1$; 4) $\operatorname{ctg} x < \sqrt{3}$;

5) $\sin 2x > 0$; 6) $\operatorname{tg} x \leq 0$; 7) $\sin x > x - 2$; 8) $\begin{cases} \operatorname{tg} x \leq (\frac{1}{2})^x \\ -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$

Вариант 2

Решить неравенство:

1) $\cos x \geq \frac{1}{2}$; 2) $\sin x < -\frac{\sqrt{2}}{2}$; 3) $\operatorname{ctg} x \geq -1$; 4) $\operatorname{tg} x < \sqrt{3}$;

5) $\cos \frac{x}{2} < 0$; 6) $\operatorname{ctg} x \geq 0$; 7) $\cos x > x - 3$; 8) $\begin{cases} \operatorname{ctg} x \leq x^2 \\ 0 < x < \pi \end{cases}$

Вариант 3

Решить неравенство:

1) $\sin x \leq -\frac{1}{2}$; 2) $\cos x > \frac{\sqrt{2}}{2}$; 3) $\operatorname{tg} x \geq 1$; 4) $\operatorname{ctg} x < -\sqrt{3}$;

5) $\sin 2x < 0$; 6) $\operatorname{tg} x \geq 0$; 7) $\sin x > x + 1$; 8) $\begin{cases} \operatorname{tg} x \leq (\frac{1}{2})^x \\ -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$

Домашняя контрольная работа №9 Тригонометрия

<u>1 вариант</u>	<u>2 вариант</u>
1) <i>Контрольные вопросы*</i>	
а) дать определение тригонометрических функций; б) решение простейших тригонометрических неравенств и уравнений;	
2) а) $\operatorname{ctg}^2 \alpha (\cos^2 \alpha - 1)$; б) $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 + (\sin \alpha - \cos \alpha)^2$;	а) $(1 - \sin \alpha)(1 + \sin \alpha)$; б) $\sin^2 \alpha - \operatorname{tg} \alpha \square \operatorname{ctg} \alpha$;
3) а) $\sin(\alpha - \frac{3\pi}{2}) - \sin \alpha$; б) $\cos(\alpha - \pi) + \cos \alpha$;	а) $\frac{\cos(-\alpha) \cdot \cos(\pi + \alpha)}{\sin(-\alpha) \cdot \sin(\frac{\pi}{2} + \alpha)}$;

	б) $\frac{\sin(\pi + \alpha) \cdot \cos(2\pi - \alpha)}{\operatorname{tg}(\pi - \alpha) \cdot \cos(\alpha - \pi)}$;
--	--

3 вариант	4 вариант
1) <i>Контрольные вопросы*</i>	
а) дать определение тригонометрических функций; б) решение простейших тригонометрических неравенств;	
2.а) $\operatorname{ctg}^2 \alpha (\cos^2 \alpha - 1)$; б) $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 + (\sin \alpha - \cos \alpha)^2$;	а) $\frac{\cos^2 \alpha - 1}{\sin \alpha}$; б) $\frac{\sin^2 \alpha - 1}{1 - \cos^2 \alpha}$.
3.а) $\frac{\operatorname{tg}(\pi - \alpha)}{\cos(\pi + \alpha)} \cdot \frac{\sin(\frac{3\pi}{2} + \alpha)}{\operatorname{tg}(\frac{3\pi}{2} + \alpha)}$; б). $\sin(\frac{3\pi}{2} + \alpha) \cdot \operatorname{ctg}(\frac{\pi}{2} - \alpha) + \sin(\pi - \alpha) + \operatorname{ctg}(\frac{3\pi}{2} - \alpha)$	а) $\frac{\sin(\pi + \alpha) \cdot \cos(2\pi - \alpha)}{\operatorname{tg}(\pi - \alpha) \cdot \cos(\alpha - \pi)}$; б) $\frac{\operatorname{tg}(\pi - \alpha)}{\cos(\pi + \alpha)} \cdot \frac{\sin(\frac{3\pi}{2} + \alpha)}{\operatorname{tg}(\frac{3\pi}{2} + \alpha)}$;

**Контрольная работа №2.
Основы тригонометрии**

1 вариант	2 вариант
<u>2</u> <i>Контрольные вопросы*</i>	
а) дать определение тригонометрических функций.	
2. <i>Решите уравнение:*</i>	
1) $\sin x - \frac{1}{2} = 0$; 2) $2\cos x - \sqrt{3} = 0$; 3) $2\cos x - 1 = 0$; 4) $\operatorname{tg} x - \sqrt{3} = 0$;	1) $\cos x - \frac{1}{2} = 0$; 2) $2\sin x - \sqrt{3} = 0$; 3) $2\sin x - 1 = 0$; 4) $\sqrt{3}\operatorname{ctg} x + 1 = 0$;

3. Решить уравнение, сделав подстановку:	
1) $2\sin^2 x - 5\sin x + 2 = 0$; 2) $2\cos^2 x + 5\sin x - 4 = 0$;	1) $2\cos^2 x + 5\cos x + 2 = 0$; 2) $4 + 5\cos x - 2\sin^2 x = 0$;
4. Решить уравнение методом разложения на множители:	
1) $5\sin x + 3\sin 2x = 0$; 2) $\cos 5x + \cos x = 0$.	1) $7\cos x - 4\sin 2x = 0$; 2) $\sin 7x - \sin x = 0$;
5. Решите уравнение, упростив левую часть:	
1) $\sin 3x \cdot \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \cos 3x \cdot \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$; 2) $\sin^2 x - \cos^2 x = \frac{\sqrt{2}}{2}$	1) $2\sin^2 x \cos 2x = 1$ 2) $\sin 3x \cdot \cos 3x = -\frac{1}{2}$;
6. Решите уравнение, используя однородность:	
1) $\sin x - \sqrt{3}\cos x = 0$; 2) $\sin^2 x - 3\sin x \cos x + 2\cos^2 x = 0$;	1) $\sin x - \cos x = 0$; 2) $3\sin^2 x + 4\sin x \cos x + \cos^2 x = 0$;

<u>3 вариант</u>	<u>4 вариант</u>
1. Контрольные вопросы*	
а) дать определение тригонометрических функций	
2. Решите уравнение:*	
1) $\operatorname{tg} x - \sqrt{3} = 0$; 2) $\operatorname{ctg} 3x = 1$; 3) $\sin\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$; 4) $\operatorname{tg}\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$;	1) $\sqrt{3}\operatorname{ctg} x + 1 = 0$; 2) $\operatorname{tg} 2x = 1$; 3) $\cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$; 4) $\operatorname{ctg}\left(3x - \frac{\pi}{2}\right) = 1$.
3. Решить уравнение, сделав подстановку:	
1) $\cos 2x + 5\sin x - 3 = 0$; 2) $2\operatorname{tg} x + 2\operatorname{ctg} x = 5$;	1) $\cos 2x + 5\cos x = 0$; 2) $3\operatorname{tg} x - 3\operatorname{ctg} x = 8$.

4. Решить уравнение методом разложения на множители:	
1) $5\sin x + 3\sin 2x = 0$; 2) $7\cos x - 4\sin 2x = 0$;	1) $\sin 7x - \sin x = 0$; 2) $\cos 5x + \cos x = 0$.
5. Решите уравнение, упростив левую часть:	
1) $\cos^2 x - \sin^2 x = \frac{\sqrt{3}}{2}$; 2) $2\sin^2 x \cos 2x = 1$;	1) $\sin 2x \cdot \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - \cos 2x \cdot \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 0$; 2) $\sin 3x \cdot \cos 3x = -\frac{1}{2}$;
6. Решите уравнение, используя однородность:	
1) $3\sin^2 x + 4\sin x \cos x + \cos^2 x = 0$ 2) $\sin^2 x - 3\sin x \cos x + 2\cos^2 x = 0$;	1) $\sqrt{3}\sin x \cdot \cos x + \sin^2 x = 0$; 2) $\sin x \cdot \cos x - \sqrt{3}\cos^2 x = 0$;

Тема 4. Функции, их свойства и графики

Тема 4.1. Область определения и множество значений и графики элементарных функций

Практическая работа №13.

Нахождение значения функции по заданному значению аргумента, области определения и области значения функции.

Вариант 1

Найти область определения функции:

а) $y = 4\sqrt{x^2 - x}$

б) $y = \frac{x}{3} + x^2$

в) $y = \sqrt{5x} + \sqrt{3 - x}$

г) $y = \sqrt{\frac{1}{5x-10}} + \frac{1}{2^x+1}$

Вариант 2

Найти область определения функции:

а) $y = 5\sqrt{x^5 - x}$

б) $y = \frac{x}{9} + x^6$

в) $y = \sqrt{10x} + \sqrt{5 - x}$

г) $y = \sqrt{\frac{5}{9x-19}} + \frac{7}{8^x+3}$

Вариант 3

Найти область определения функции:

а) $y = 16\sqrt{x^8 - 2}$

б) $y = \frac{x}{12} + x^9$

$$в) y = \sqrt{17x} + \sqrt{21-x}$$

$$г) y = \sqrt{\frac{8}{3x-13}} + \frac{11}{15x+6}$$

Вариант 4

Найти область определения функции:

$$а) y = 22\sqrt{x^{13}-1}$$

$$б) y = \frac{x}{7} + x^5$$

$$в) y = \sqrt{31x} + \sqrt{23-x}$$

$$г) y = \sqrt{\frac{14}{6x-17}} + \frac{19}{11x+4}$$

Вариант 5

Найти область определения функции:

$$а) y = 6\sqrt{x^2-x}$$

$$б) y = \frac{x}{3} + x^2$$

$$в) y = \sqrt{2x} + \sqrt{3-x}$$

$$г) y = \sqrt{\frac{1}{5x-10}} + \frac{1}{2x+1}$$

Домашняя контрольная работа №10.

Нахождение области определения и области значения функций, обратной функции

<u>1 вариант</u>	<u>2 вариант</u>
1. Найти область определения функции:	
а) $y = \sqrt{20-4x}$, б) $y = \frac{3}{3x^2-x-4}$,	а) $y = \frac{7x^3}{8} + 9x^2 - x + 1$, б) $y = \frac{\sqrt{-x^2-4x}}{\sqrt{x-10}}$.
3. Постройте графики функций с помощью преобразований:	
а) $f(x) = \frac{6}{x-1} + 3$, б) $f(x) = (x+2)^2 - 4$, в) $f(x) =$ - $ x + 7$, г) $f(x) = x^2 - 2x - 8 $.	а) $f(x) = \sqrt{x-1} - 2$, б) $f(x) = -\frac{16}{x+1} + 3$, в) $f(x) =$ $= 3 x + 5$, г) $f(x) = -5x + 4 $.

<u>3 вариант</u>	<u>4 вариант</u>
3. Найти область определения функции:	
а) $y = \sqrt{7-4x}$, б) $y = \frac{3}{3x^2-x-2}$,	а) $y = \sqrt{\frac{-x^2+4x}{x-1}}$, б) $y = \frac{x^3}{8} + 9x - 5$.

2. Задайте функцию, обратную функции $y = -3x + 2$ и постройте графики этих функций.	2. Задайте функцию, обратную функции $y = 8x - 3$ и постройте графики этих функций
3. Постройте графики функций с помощью преобразований:	
а) $f(x) = \frac{2}{x-1}$, б) $f(x) = (x+2)^2 - 3$, в) $f(x) = -5 x + 4$, г) $f(x) = x^2 - 2x $.	а) $y = (x+3)^2 - 2$, б) $y = -2 x + 5$, в) $y = x-3 $, г) $y = \left \frac{1}{x+1} - 1 \right $.

Вопросы для устного опроса

1. Дать определение функции.
2. Что такое область определения функции?
3. Как найти область определения функции, если в формуле переменная x находится под знаком корня?
4. Как найти область определения функции, если в формуле переменная x находится в знаменателе?
5. Что такое множество значений функции?
6. Какая функция называется четной.
7. Каким свойством обладает график четной функции?
8. Какая функция называется нечетной.
9. Каким свойством обладает график нечетной функции?
10. Какую функцию называют функцией общего вида?
11. Дать определение периодической функции.
12. Какая функция называется монотонной?
13. Дать определение возрастающей функции на промежутке.
14. Схематически изобразить график возрастающей функции.
15. Дать определение возрастающей функции на промежутке.
16. Схематически изобразить график возрастающей функции.
17. Дать определение функции, обратной данной.
18. Как построить функцию, обратную данной.
19. Что такое нули функции?

Практическая работа №14.

Построение графиков функции. Определение основных свойств числовых функций

Вариант 1

Построить график функций и описать их свойства по графику:

а) $y = (x-2)^2 + 3$ б) $y = 2\sqrt{x-3} - 2$, в) $y = \frac{12}{x+4} - 3$

Вариант 2

Построить график функций и описать их свойства по графику:

а) $y = (x+3)^2 - 1$ б) $y = 2\sqrt{x+1} + 4$, в) $y = \frac{6}{x-2} + 1$

Вариант 3

Построить график функций и описать их свойства по графику:

а) $y = (x+3)^2 - 4$ б) $y = 4\sqrt{x+1} - 3$, в) $y = -\frac{10}{x-14} - 2$

Вариант 4

Построить график функций и описать их свойства по графику:

а) $y = (x-5)^2 + 3$ б) $y = 3\sqrt{x+1} - 5$, в) $y = -\frac{15}{x-4} + 2$

Вариант 5

Построить график функций и описать их свойства по графику:

а) $y = (x-2)^2 + 3$ б) $y = 3\sqrt{x+3} - 4$, в) $y = \frac{14}{x-1} + 3$

Вариант 6

Построить график функций и описать их свойства по графику:

а) $y = (x-1)^2 + 6$ б) $y = \frac{1}{2}\sqrt{x+4} + 2$, в) $y = \frac{8}{x-5} + 2$

Тема 4.2. Степенные, показательные, логарифмические, тригонометрические функции

Практическая работа №15.

Степенные функции. Их свойства и графики

Вариант 1

Вариант 2

Построить график функции (схематически)

Построить график функции (схематически)

Описать свойства 1 функции.

Описать свойства 1 функции

а) $y = x^7$, б) $y = x^{\frac{1}{7}}$,

а) $y = x^{-9}$, б) $y = x^{\frac{1}{8}}$,

в) $y = x^{-7}$ г) $y = x^{-6}$,

в) $y = x^8$, г) $y = x^{\frac{1}{3}}$,

д) $y = x^{12}$, е) $y = x^{\frac{1}{3}} + 2$.

д) $y = x^{13}$, е) $y = (x+5)^{\frac{3}{10}}$.

Вариант 3

Вариант 4

Построить график функции (схематически) Построить график функции (схематически)

Описать свойства 1 функции

Описать свойства 1 функции

а) $y = x^{13}$,

б) $y = x^{-5}$,

а) $y = x^{\frac{1}{9}}$,

б) $y = x^9$,

в) $y = x^{14}$

г) $y = x^{-14}$,

в) $y = x^{-9}$,

г) $y = x^{\frac{2}{3}}$,

д) $y = x^{\frac{2}{3}}$,

е) $y = x^{-13} - 5$.

д) $y = x^{16}$,

е) $y = (x-1)^{-8} + 3$.

Вариант 5

Вариант 6

Построить график функции (схематически) Построить график функции (схематически)

Описать свойства 1 функции

Описать свойства 1 функции

а) $y = x^{16}$,

б) $y = x^{\frac{1}{12}}$,

а) $y = x^{\frac{1}{6}}$,

б) $y = x^{-15}$,

в) $y = x^{-12}$

г) $y = x^{11}$,

в) $y = x^5$,

г) $y = x^{-4} - 10$,

д) $y = x^{-11}$,

е) $y = x^{\frac{7}{8}} + 3$.

д) $y = x^{10}$,

е) $y = (x+1)^{-\frac{3}{18}}$.

Домашняя контрольная работа №11

Построение графиков степенных функций, чтение свойств.

<u>1 вариант</u>	<u>2 вариант</u>
<i>1. Контрольные вопросы*</i>	
а) что называется возрастающей и убывающей функцией?	
б) привести примеры степенной функции.	
<i>2. Построить график функции (схематически) и описать свойства функции б), используя график.*</i>	
1) $y = x^{17}$;	1) $y = x^{12}$;
2) $y = x^{-7}$;	2) $y = x^{-\frac{1}{14}}$;
3) $y = x^{18}$;	3) $y = x^{-15}$;
4) $y = x^{-15}$;	4) $y = x^{13}$;
5) $y = x^{\frac{4}{9}}$;	5) $y = x^{-8}$;
6) $y = x^{-16} - 2$.	6) $y = x^{\frac{4}{5}} + 5$.
<u>3 вариант</u>	<u>4 вариант</u>

<i>1. Контрольные вопросы*</i>	
а) что называется возрастающей и убывающей функцией?	
б) привести примеры степенной функции.	
<i>2. Построить график функции (схематически) и описать свойства функции б), используя график.*</i>	
1) $y = x^3$;	1) $y = x^{11}$;
2) $y = x^7$;	2) $y = x^{-\frac{1}{12}}$;
3) $y = x^{16}$;	3) $y = x^{-16}$;
4) $y = x^{-16}$;	4) $y = x^{13}$;
5) $y = x^{\frac{2}{3}}$;	5) $y = x^{-8}$;
6) $y = x^{-6} + 4$.	6) $y = x^{\frac{1}{5}} + 5$.

Вопросы для устного опроса

1. Какую функцию называют степенной функцией с натуральным показателем?
2. Дайте определение четной функции и нечетной функции.
3. Сформулируйте свойства графика четной функции и нечетной функции.
4. Какие степенные функции относятся к монотонно возрастающим?
5. Являются ли монотонно возрастающими или монотонно убывающими степенные функции с четным показателем?
6. Сформулируйте свойства степенной функции с четным показателем. Покажите схематически, как выглядит график этой функции.
7. Сформулируйте свойства степенной функции с нечетным показателем. Покажите схематически, как выглядит график этой функции.
8. Какую функцию называют логарифмической функцией?
9. Какую функцию называют показательной функцией?
10. Какую функцию называют тригонометрической функцией?

Практическая работа №16.

Построение графиков показательных функций, чтение свойств.

Вариант 1

Построить график функции и описать ее свойства:

$$1) y = 4^{x-1}; 2) y = \left(\frac{1}{5}\right)^{x+3} + 2$$

Вариант 2

Построить график функции и описать ее свойства:

1) $y = 6^{x+1}$; 2) $y = \left(\frac{1}{7}\right)^{x-3} - 4$

Вариант 3

Построить график функции и описать ее свойства:

1) $y = 6^{x+1}$; 2) $y = \left(\frac{1}{7}\right)^{x-3} - 4$

Вариант 4

Построить график функции и описать ее свойства:

1) $y = 7^x + 2$; 2) $y = \left(\frac{1}{6}\right)^{x+4} + 6$

Домашняя контрольная работа №12.

Построение графиков показательных функций, чтение свойств

<u>1 вариант</u>	<u>2 вариант</u>
1. <i>Контрольные вопросы*</i>	
а) что называется возрастающей и убывающей функцией? б) привести примеры возрастающей показательной функции; в) привести примеры убывающей показательной функции.	
2. <i>Построить графики следующих функций:*</i>	
1) $y = 3^x$; 2) $y = 3^x - 4$;	1) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$; 2) $y = 2^x + 1$;
3. <i>Решить графически уравнение:</i>	
$\left(\frac{1}{3}\right)^x = 3^x$	$2^x - 1 = x$
4. <i>Построить график функции и описать его свойства (единичный отрезок – 2 клетки):</i>	
$\left(\frac{1}{2}\right)^x - 1 = x^3$	$\left(\frac{1}{3}\right)^x + 1 = x^2 - 2$
5. <i>Выполнить индивидуальное задание.</i>	

<i>Решить графически уравнение:</i>	
$-x + 1 = 2^x$	$-x^3 = 3^x - 1$

<u>3 вариант</u>	<u>4 вариант</u>
<i>1. Контрольные вопросы*</i>	
а) что называется возрастающей и убывающей функцией? б) привести примеры возрастающей показательной функции; в) привести примеры убывающей показательной функции.	
<i>2. Построить графики следующих функций:*</i>	
1) $y = 4^x$; 2) $y = 2^x - 4$;	1) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$; 2) $y = 2^x + 1$;
<i>3. Решить графически уравнение:</i>	
$\left(\frac{1}{4}\right)^x = 4^x$	$4^x - 1 = x$
<i>4. Построить график функции и описать его свойства (единичный отрезок – 2 клетки):</i>	
$\left(\frac{1}{4}\right)^x - 2 = x^3$	$\left(\frac{1}{3}\right)^x + 6 = x^2 - 3$
<i>5. Выполнить индивидуальное задание.</i>	
<i>Решить графически уравнение:</i>	
$x - 4 = 2^x$	$-x^3 = 2^x - 1$

**Практическая работа №17.
Построение графиков логарифмических функций, чтение свойств**

Вариант 1

Построить график функции и описать ее свойства:

1) $y = \log_5 x - 1$;

2) $y = \log_{\frac{1}{4}}(x + 2) + 3$.

Вариант 2

Построить график функции и описать ее свойства:

$$1) y = \log_4(x + 2);$$

$$2) y = \log_{\frac{1}{5}}(x - 3) - 2.$$

Вариант 3

Построить график функции и описать ее свойства:

$$1) y = \log_5 x + 4;$$

$$2) y = \log_{\frac{1}{4}}(x + 1) - 3.$$

Вариант 4

Построить график функции и описать ее свойства:

$$1) y = \log_4(x - 5);$$

$$2) y = \log_{\frac{1}{5}}(x - 3) + 5.$$

Вариант 5

Построить график функции и описать ее свойства:

$$1) y = \log_5 x - 3;$$

$$2) y = \log_{\frac{1}{6}}(x + 1) - 3.$$

Вариант 6

Построить график функции и описать ее свойства:

$$1) y = \log_9(x + 2);$$

$$2) y = \log_{\frac{1}{7}}(x - 3) + 2.$$

Вариант 7

Построить график функции и описать ее свойства:

$$1) y = \log_5 x - 1;$$

$$2) y = \log_{\frac{1}{4}}(x + 2) + 3.$$

Домашняя контрольная работа №13.

Построение графиков логарифмических функций, чтение свойств

<u>1 вариант</u>	<u>2 вариант</u>
1. Контрольные вопросы*	
а) что называется возрастающей и убывающей функцией?	

б) привести примеры возрастающей логарифмической функции;	
в) привести примеры убывающей логарифмической функции;	
2. Построить графики следующих функций:*	
$y = \log_3 x;$	$y = \log_{\frac{1}{2}} x;$
3. Решить графически уравнение:*	
$\log_{\frac{1}{2}} x = x$	$\log_2 x = x+1$
4. Построить график функции и описать его свойства (единичный отрезок – 2 клетки):	
1) $y = \log_4 x + 1;$ 2) $-x + 1 = \log_2 x;$	3) $y = \log_{\frac{1}{2}}(-x) + 2;$ 4) $4 \log_2 x = x + 1.$
5. Выполнить индивидуальное задание. Решить графически уравнение:	
$-x + 4 = \log_2 x$	$\log_2 x = 2 - x$

<u>3 вариант</u>	<u>4 вариант</u>
1. Контрольные вопросы*	
а) что называется возрастающей и убывающей функцией?	
б) привести примеры возрастающей логарифмической функции;	
в) привести примеры убывающей логарифмической функции;	
2. Построить графики следующих функций:*	
$y = \log_2 x;$	$y = \log_{\frac{1}{4}} x;$
3. Решить графически уравнение:*	
$\log_{\frac{1}{3}} x = x$	$\log_3 x = x+3$
4. Построить график функции и описать его свойства (единичный отрезок – 2 клетки):	
1) $y = \log_2 x + 1$; 2) $-x + 2 = \log_3 x$;	1) $y = \log_{\frac{1}{3}}(-x) + 3$; 2) $2 \log_2 x = x + 3$.

5. Выполнить индивидуальное задание.

Решить графически уравнение:

$$-x + 4 = \log_2 x$$

$$\log_2 x = 2 - x$$

Практическая работа №18.

Тригонометрические функции. Их свойства и графики

Вариант 1

Построить график функции:

1) $y = \cos x - 3;$

3) $y = \operatorname{tg} \left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 1;$

5) $y = \cos \frac{x}{3};$

2) $y = \sin \left(x + \frac{2\pi}{3}\right);$

4) $y = \operatorname{ctg} \left(x + \frac{5\pi}{6}\right) - 2;$

6) $y = 3 \cos \left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 2;$

7) $y = \frac{1}{2} \sin 3x + 1.$

Вариант 2

Построить график функции:

1) $y = \sin \left(x - \frac{\pi}{4}\right);$

3) $y = \operatorname{tg} \left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 1;$

5) $y = \frac{1}{2} \cos \left(x + \frac{5\pi}{6}\right) - 2;$

2) $y = \cos x + 2;$

4) $y = \operatorname{ctg} \left(x - \frac{2\pi}{3}\right) + 3;$

6) $y = \sin 3x;$

7) $y = 2 \cos \frac{x}{3} - 1.$

Вариант 3

Построить график функции:

1) $y = \sin x + 3;$

3) $y = \operatorname{tg} \left(x + \frac{3\pi}{4}\right) - 2;$

5) $y = \cos 3x;$

2) $y = \cos \left(x - \frac{\pi}{3}\right);$

4) $y = \operatorname{ctg} \left(x - \frac{\pi}{6}\right) - 1;$

6) $y = 4 \cos \left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + 1;$

7) $y = 2 \cos \frac{x}{3} + 1.$

Домашняя контрольная работа №14.

Построение графиков тригонометрических функций

<u>1 вариант</u>	<u>2 вариант</u>
1. Контрольные вопросы*	
а) свойства тригонометрических функций $y = \sin x$, $y = \cos x$;	
б) свойства тригонометрических функций $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$;	
в) что такое нули функции?	

<i>2. Построить графики функций:*</i>	
1) $y = \sin x + 1$; 2) $y = 2 \cos x$;	1) $y = \cos x - 1$; 2) $y = \frac{1}{2} \sin x$;
3) $y = \left \frac{1}{2} \sin x \right $; 4) $y = \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right)$;	3) $y = 2 \cos x $; 4) $y = \cos \left(x + \frac{\pi}{6} \right)$;

<u>3 вариант</u>	<u>4 вариант</u>
<i>1. Контрольные вопросы*</i>	
а) свойства тригонометрических функций $y = \sin x$, $y = \cos x$; б) свойства тригонометрических функций $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$; в) что такое нули функции?	
<i>2. Построить графики функций:*</i>	
1) $y = \sin x + 3$; 2) $y = 3 \cos x$;	1) $y = \cos x - 1$; 2) $y = \frac{1}{2} \sin x$;
3) $y = \left \frac{1}{4} \sin x \right $; 5) $y = \operatorname{tg} \left(x + \frac{\pi}{3} \right)$;	3) $y = 4 \cos x $; 4) $y = \operatorname{ctg} \left(x - \frac{\pi}{3} \right)$.

**Итоговая контрольная работа №3.
Функции, их свойства и графики**

<u>Вариант 1</u>	<u>Вариант 2</u>
1. Найдите значение x , при котором функция, заданная формулой $f(x) = -\frac{2}{3}x + 2$, принимает значение, равное 1.	1. Найдите значение x , при котором функция, заданная формулой $f(x) = \frac{4}{5}x + 9$, принимает значение, равное 10.
2. Найдите область определения функции, заданной формулой:	2. Найдите область определения функции, заданной формулой:
а) $f(x) = 16 - 8x$; б) $g(x) = \frac{45}{x-3}$;	а) $f(x) = 5x - 7$; б) $y = -\frac{42}{x}$;
в) $\gamma(x) = \sqrt{x}$; г) $y = x^2 - 4$	в) $g(x) = \sqrt{x-3}$; г) $\gamma(x) = 5 - x^2$
3. Укажите область значений функции:	3. Укажите область значений функции:

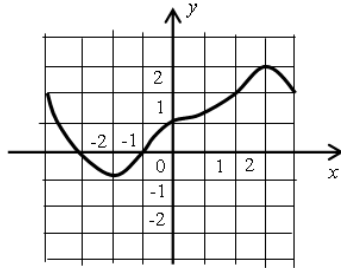
а) $y = 37x + 1$;

в) $y = \frac{3}{x}$;

б) $y = -23$;

г) $y = |x|$

4. Перечислите свойства функции:



5. Разложите на множители квадратный трехчлен:

а) $x^2 - 7x + 12$;

б) $10x^2 + 19x - 2$.

6. Сократите дробь:

а) $\frac{b^2 - b - 6}{9b + 18}$;

б) $\frac{7 + 6c - c^2}{21 - 3c}$.

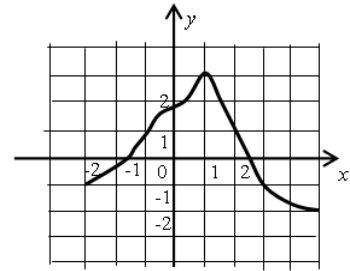
а) $y = -29x + 5$;

в) $y = \sqrt{x}$;

б) $y = 41$;

г) $y = -\frac{22}{x}$

4. Перечислите свойства функции:



5. Разложите на множители квадратный трехчлен:

а) $x^2 + x - 72$;

б) $5x^2 + 2x - 3$.

6. Сократите дробь:

а) $\frac{16 - 2x}{8 + 7x - x^2}$;

б) $\frac{a^2 - 16a + 63}{a^2 - 81}$.

Вариант 3

1. Найдите значение x , при котором функция, заданная формулой $f(x) = -\frac{2}{3}x + 2$, принимает значение, равное 1.

2. Найдите область определения функции, заданной формулой:

а) $f(x) = 16 - 8x$;

в) $\gamma(x) = \sqrt{x}$;

б) $g(x) = \frac{45}{x-3}$;

г) $y = x^2 - 4$.

3. Укажите область значений функции:

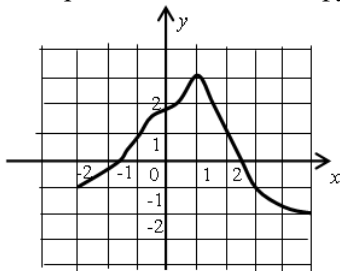
а) $y = 37x + 1$;

в) $y = \frac{3}{x}$;

б) $y = -23$;

г) $y = |x|$.

4. Перечислите свойства функции:



5. Разложите на множители квадратный трехчлен:

а) $x^2 - 7x + 12$;

б) $10x^2 + 19x - 2$.

6. Сократите дробь:

а) $\frac{b^2 - b - 6}{9b + 18}$;

б) $\frac{7 + 6c - c^2}{21 - 3c}$.

Вариант 4

1. Найдите значение x , при котором функция, заданная формулой $f(x) = \frac{4}{5}x + 9$, принимает значение, равное 10.

2. Найдите область определения функции, заданной формулой:

а) $f(x) = 5x - 7$;

в) $g(x) = \sqrt{x-3}$;

б) $y = -\frac{42}{x}$;

г) $\gamma(x) = 5 - x^2$.

3. Укажите область значений функции:

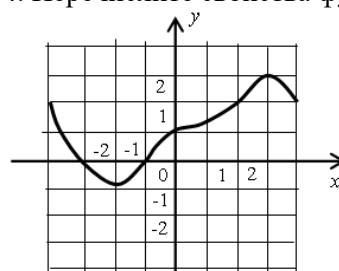
а) $y = -29x + 5$;

в) $y = \sqrt{x}$;

б) $y = 41$;

г) $y = -\frac{22}{x}$.

4. Перечислите свойства функции:



5. Разложите на множители квадратный трехчлен:

а) $x^2 + x - 72$;

б) $5x^2 + 2x - 3$.

6. Сократите дробь:

а) $\frac{16 - 2x}{8 + 7x - x^2}$;

б) $\frac{a^2 - 16a + 63}{a^2 - 81}$.

Тема 5.

Тема 5.1. Комбинаторика

Вопросы для устного опроса

1. Сколькими способами можно составить расписание на один день состоящее из 6 уроков?
2. Сколькими способами можно составить из 30 человек команды по 6 человек каждая?
3. Сколькими способами можно из 10 человек составить команду в которой 6 человек из которых один капитан?
4. В коробке лежат 10 деталей, 3 из которых нестандартные. Найти вероятность того, что случайным образом из коробки достанут: а) 1 стандартную деталь; б) 3 стандартных; в) 1 нестандартную и 2 стандартные?

Практическая работа №19.

Решение задач по комбинаторике

Вариант 1

1. В классе 20 учеников. Необходимо составить расписание дежурств по одному человеку из класса на каждый из 5 учебных дней недели. Каким числом способов это можно сделать?
2. На соревнования по легкой атлетике приехала команда из 12 спортсменов. Сколькими способами тренер может определить, кто из них побежит в эстафете 4x100 м на первом, втором, третьем и четвертом этапах?
3. Сколькими способами могут быть распределены первая, вторая и третья премии между 15 участниками конкурса?

Вариант 2

1. Скольким числом способов можно в группе из 30 человек распределить три бесплатные путевки?
2. Студенты группы изучают 9 дисциплин по 3 пары ежедневно. Сколько существует способов, чтобы распределить пары на один день?
3. Сколько пятизначных телефонных номеров можно составить используя цифры 3, 4, 5, 6, 7 (без повторений)?

Вариант 3

1. Сколько есть способов, чтобы заполнить карточку спортлото, в которой из 49 чисел необходимо выбрать 6?
2. Из 30 участников собрания надо выбрать председателя и секретаря. Сколькими способами это можно сделать?
3. На станции 7 запасных путей. Сколькими способами можно расставить на них 4 поезда?

Домашняя контрольная работа №15

Тема: Решение комбинаторных задач

<i>Вариант 1</i>	<i>Вариант 2</i>
<ol style="list-style-type: none">1. Сколькими способами читатель может выбрать две книжки из шести имеющихся?2. На тарелке 16 пирожков: 7 с рыбой, 5 с вареньем и 4 с вишней. Юля наугад выбирает один пирожок. Найдите вероятность того, что он окажется с вишней.	<ol style="list-style-type: none">1. Сколькими способами можно выбрать 4 делегата на конференцию, если в группе 20 человек?2. На экзамен вынесено 60 вопросов, Андрей не выучил 3 из них. Найдите вероятность того, что ему попадет выученный вопрос.

<p>3. Вычислить $\frac{6! - 4!}{3!}$</p> <p>4. Упростить $\frac{(n-1)!}{(n+2)!}$</p> <p>5. Вычислить $\frac{P_6 - P_5}{P_4}$</p> <p>6. Вычислить $A_8^4; C_{10}^4$</p> <p>7. Решить уравнение $A_x^5 = 30A_{n-2}^4$</p> <hr/> <p>Дополнительное задание</p> $\frac{P_{20}}{A_{20}^{15}} - \frac{A_{20}^5}{C_{20}^5}$	<p>3. Вычислить $\frac{5!}{6!}$</p> <p>4. Упростить $\frac{1}{n!} \cdot \frac{1}{(n+1)!}$</p> <p>5. Вычислить $\frac{P_4 + P_6}{P_3}$</p> <p>6. Вычислить $A_{13}^5; C_8^4$</p> <p>7. Решить уравнение $C_x^2 = 153$</p> <hr/> <p>Дополнительное задание</p> $\frac{P_{14}}{A_{14}^{10}} - \frac{A_{14}^4}{C_{14}^4}$
<p style="text-align: center;">Вариант 4</p> <p>1. На родительском собрании присутствует 20 человек. Сколько существует различных вариантов состава родительского комитета, если в него должны войти 5 человек?</p> <p>2. Фабрика выпускает сумки. В среднем на 100 качественных сумок приходится восемь сумок со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.</p> <p>3. Вычислить $\frac{7! + 5!}{6!}$</p> <p>4. Упростить $\frac{n!}{(n-1)!}$</p> <p>5. Вычислить $\frac{P_6 - P_5}{5!}$</p> <p>6. Вычислить $A_{13}^5; C_{10}^8$</p> <p>7. Решить уравнение $A_x^3 = \frac{1}{20}A_x^4$</p> <hr/> <p>Дополнительное задание</p>	<p style="text-align: center;">Вариант 3</p> <p>1. Сколькими способами можно выбрать 3 участников конкурса из 10 кандидатов?</p> <p>2. В среднем из 1000 садовых насосов, поступивших в продажу, 5 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.</p> <p>3. Вычислить $\frac{5!}{3! + 4!}$</p> <p>4. Упростить $\frac{(n+1)!}{(n-2)!}$</p> <p>5. Вычислить $\frac{P_{20}}{P_4 \cdot P_{16}}$</p> <p>6. Вычислить $A_{25}^2; C_{36}^5$</p> <p>7. Решить уравнение $C_{x-2}^2 = 21$</p> <hr/> <p>Дополнительное задание</p> $\frac{A_{18}^{10}}{C_{18}^{10}} - \frac{P_{18}}{A_{18}^8}$

$\frac{P_{16}}{A_{16}^5} - \frac{A_{16}^{11}}{C_{16}^{11}}$	
---	--

Тема 5.2. Элементы теории вероятности

Вопросы для устного опроса

1. В урне 25 шаров, 13 из которых – белые. Какова вероятность, что случайно взятый из урны шар будет белым?
2. В фирме такси в данный момент свободны 2 черных, 5 белых и 7 желтых машины. Найдите вероятность, что к заказчику приедет желтое такси.
3. В на экзамене по биологии всего 30 билетов, в 18 из них встречается вопрос о клетке. Найдите вероятность того, что наугад выбранный билет содержит вопрос о клетке.

Практическая работа №20.

Вычисление вероятности событий

Цель: Научить вычислять вероятности событий посредством теорем сложения и умножения вероятностей.

Вариант 1

1. В урне 12 белых и 18 черных, 20 синих и 15 красных шаров. Вынули один шар. Найти вероятность того, что вынутый шар белый или черный, черный или красный; синий или белый?
2. В первом ящике 4 белых и 10 черных шаров; во втором ящике 6 белых и 8 черных шаров. Из каждого ящика вынули по шару. Какова вероятность того, что оба шара черные?
3. Три стрелка независимо друг от друга стреляют по цели. Вероятность попадания в цель для первого стрелка равна 0,7, для второго — 0,8, для третьего - 0,9. Определить вероятность того, что два стрелка из трех одновременно попадут в цель.
4. В ящике 30 деталей, причем 15 деталей - стандартных. Рабочий берет на удачу 2 детали. Найти вероятность того, что, по крайней мере, одна из взятых деталей стандартная.

Вариант 2

1. В урне 15 белых и 14 черных, 21 синих и 15 красных шаров. Вынули один шар. Найти вероятность того, что вынутый шар синий или черный; синий или красный; белый или черный?
2. В первом ящике 6 белых и 12 черных шаров; во втором ящике 9 белых и 9 черных шаров. Из каждого ящика вынули по шару. Какова вероятность того, что оба шара черные?
3. Три стрелка независимо друг от друга стреляют по цели. Вероятность попадания в цель для первого стрелка равна 0,65, для второго — 0,8, для третьего 0,75. Определить вероятность того, что в цель попадет хотя бы один стрелок.
4. В ящике 40 деталей, причем 25 деталей - стандартных. Рабочий берет на удачу 3 детали. Найти вероятность того, что, по крайней мере, две из взятых деталей стандартные.

Вариант 3

1. В урне 23 белых и 17 черных, 25 синих и 35 красных шаров. Вынули один шар. Найти вероятность того, что вынутый шар синий или черный; красный или белый; белый или черный?
2. В первом ящике 6 белых и 10 черных шаров; во втором ящике 12 белых и 4 черных шара. Из каждого ящика вынули по шару. Какова вероятность того, что один из шаров белый, а другой черный?
3. Три стрелка независимо друг от друга стреляют по цели. Вероятность попадания в цель для первого стрелка равна 0,7, для второго — 0,85, для третьего — 0,65. Определить вероятность того, что все три стрелка одновременно не попадут в цель.
4. В ящике 35 деталей, причем 15 деталей - стандартных. Рабочий берет на удачу 4 детали. Найти вероятность того, что ни одна из взятых деталей не является стандартной.

Домашняя контрольная работа №16.

«Решение прикладных задач на вычисление вероятности событий»

Вариант 1

1. В урне 25 белых и 35 черных, 10 синих и 15 красных шаров. Вынули один шар. Найти вероятность того, что вынутый шар синий или черный; синий или красный; белый или черный?
2. В первом ящике 7 белых и 11 черных шаров; во втором ящике 10 белых и 8 черных шаров. Из каждого ящика вынули по шару. Найти вероятность того, что оба шара черные?
3. Три стрелка независимо друг от друга стреляют по цели. Вероятность попадания в цель для первого стрелка равна 0,75, для второго — 0,6, для третьего 0,85. Определить вероятность того, что в цель попадет хотя бы один стрелок.
4. В ящике 45 деталей, причем 20 деталей - стандартных. Рабочий берет на удачу 5 деталей. Найти вероятность того, что, по крайней мере, две из взятых деталей стандартные.

Вариант 2

1. В урне 45 белых и 15 черных, 35 синих и 20 красных шаров. Вынули один шар. Найти вероятность того, что вынутый шар синий или черный; красный или белый; белый или черный?
2. В первом ящике 4 белых и 10 черных шаров; во втором ящике 8 белых и 6 черных шара. Из каждого ящика вынули по шару. Какова вероятность того, что один из шаров белый, а другой черный?
3. Три стрелка независимо друг от друга стреляют по цели. Вероятность попадания в цель для первого стрелка равна 0,65, для второго — 0,7, для третьего — 0,8. Определить вероятность того, что все три стрелка одновременно не попадут в цель.
4. В ящике 16 деталей, причем 5 деталей - стандартных. Рабочий берет на удачу 2 детали. Найти вероятность того, что ни одна из взятых деталей не является стандартной.

Вариант 3

1. В урне 50 белых и 25 черных, 12 синих и 15 красных шаров. Вынули один шар. Найти вероятность того, что вынутый шар синий или черный; синий или красный; белый или черный?
2. В первом ящике 9 белых и 11 черных шаров; во втором ящике 12 белых и 8 черных шаров. Из каждого ящика вынули по шару. Найти вероятность того, что оба шара черные?
3. Три стрелка независимо друг от друга стреляют по цели. Вероятность попадания в цель для первого стрелка равна 0,85, для второго — 0,65, для третьего 0,8. Определить вероятность того, что в цель попадет хотя бы один стрелок.
4. В ящике 35 деталей, причем 20 деталей - стандартных. Рабочий берет на удачу 6 деталей. Найти вероятность того, что, по крайней мере, четыре из взятых деталей стандартные.

Вариант 4

1. В урне 25 белых и 35 черных, 42 синих и 18 красных шаров. Вынули один шар. Найти вероятность того, что вынутый шар синий или черный; красный или белый; белый или черный?
2. В первом ящике 6 белых и 10 черных шаров; во втором ящике 6 белых и 10 черных шара. Из каждого ящика вынули по шару. Какова вероятность того, что один из шаров белый, а другой черный?
3. Три стрелка независимо друг от друга стреляют по цели. Вероятность попадания в цель для первого стрелка равна 0,55, для второго — 0,85, для третьего — 0,9. Определить вероятность того, что все три стрелка одновременно не попадут в цель.
4. В ящике 18 деталей, причем 10 деталей - стандартных. Рабочий берет на удачу 4 детали. Найти вероятность того, что ни одна из взятых деталей не является стандартной.

Тема 5.3. Элементы статистики

Вопросы для устного опроса

1. Что является основными понятиями и основными задачами математической статистики?
2. Что такое генеральная совокупность? Выборка?
3. Что исследуется при изучении выборки: она или генеральная совокупность?

4. Выборка как набор независимых одинаково распределенных с.в.
5. Какие свойства точечных оценок вы знаете?
6. Что такое «эффективность» оценки.

Практическая работа № 21.

Решение практических задач на обработку числовых данных, вычисление их характеристик

Вариант 1

Решить задачу.

1. Составить закон распределения числа выпадений монет гербом вверх, при подкидывании 3 монет.
2. В коробке лежат 4 белых и 5 черных шаров. Составить закон распределения белых шаров, если из коробки случайным образом берут три шара.
3. Пусть задан закон распределения дискретной случайной величины

X	5	-2	-1	8	2	3	5
P	1/15	3/10	2/15	1/30	1/5	7/30	1/30

Найти математическое ожидание и дисперсию дискретной случайной величины.

Вариант 2

Решить задачу.

1. Составить закон распределения числа выпадений монет гербом вверх, при подкидывании 3 монет.
2. В коробке лежат 4 белых и 5 черных шаров. Составить закон распределения белых шаров, если из коробки случайным образом берут три шара.
3. Пусть задан закон распределения дискретной случайной величины

X	5	-2	-1	7	2	3	4
P	1/15	3/10	2/15	1/30	1/5	7/30	1/30

Найти математическое ожидание и дисперсию дискретной случайной величины

Вариант 3

Решить задачу.

1. Составить закон распределения числа выпадений монет гербом вверх, при подкидывании 3 монет.
2. В коробке лежат 4 белых и 5 черных шаров. Составить закон распределения белых шаров, если из коробки случайным образом берут три шара.
3. Пусть задан закон распределения дискретной случайной величины

X	1	-2	-1	1	2	3	5
P	1/15	3/10	2/15	1/30	1/5	7/30	1/30

Найти математическое ожидание и дисперсию дискретной случайной величины

Вариант 4

Решить задачу.

1. Составить закон распределения числа выпадений монет гербом вверх, при подкидывании 3 монет.
2. В коробке лежат 4 белых и 5 черных шаров. Составить закон распределения белых шаров, если из коробки случайным образом берут три шара.
3. Пусть задан закон распределения дискретной случайной величины

X	2	-2	-1	2	2	3	5
P	1/15	3/10	2/15	1/30	1/5	7/30	1/30

Найти математическое ожидание и дисперсию дискретной случайной величины

Практическая работа №22.

Представление статистических данных в виде таблиц, диаграмм, графиков

Вариант 1

1. Дано статистическое распределение частот выборки. Найти статистическое распределение относительных частот. Построить полигон относительных частот.

x	2	5	7	9	10	13
n	10	15	25	32	18	20

2. Построить гистограмму частот по данному распределению выборки

Номер интервала	1	2	3	4	5	6	7
Частичный интервал	[3;5]	(5;7]	(7;9]	(9;11]	(11;13]	(13;15]	(15;17]
\sum частот интервала	4	6	20	40	20	4	6

Вариант 2

1. Дано статистическое распределение частот выборки. Найти статистическое распределение относительных частот. Построить полигон относительных частот.

x	1	3	5	7	9	12
n	10	15	25	32	18	20

2. Построить гистограмму частот по данному распределению выборки

Номер интервала	1	2	3	4	5	6	7
Частичный интервал	[1;3]	(3;5]	(5;7]	(7;9]	(9;11]	(11;13]	(13;15]
\sum частот интервала	2	8	10	30	10	8	2

Вариант 3

1. Дано статистическое распределение частот выборки. Найти статистическое распределение относительных частот. Построить полигон относительных частот.

x	4	5	8	12	15	17
n	12	14	25	15	14	10

2. Построить гистограмму частот по данному распределению выборки

Номер интервала	1	2	3	4	5	6	7
Частичный интервал	[2;4]	(4;6]	(6;8]	(8;10]	(10;12]	(12;14]	(14;16]
\sum частот интервала	3	7	10	20	10	6	4

Тема 6. Уравнения и неравенства
Тема 6.1. Уравнения и системы уравнений
Практическая работа № 23.

Решение уравнений аналитическим, графическим методами. Интерпретация результата

Вариант 1

1. Является ли решением системы уравнений $\begin{cases} 3x + y = 2, \\ 2x - y = 3 \end{cases}$

пара чисел: а) (1; 1); б) (1; -1)?

2. Решите систему уравнений методом подстановки:

$$\begin{cases} x - y = 1, \\ x + 2y = 3. \end{cases}$$

3. Решите методом алгебраического сложения систему урав-

нений: $\begin{cases} x - 4y = 5, \\ -x + 3y = 2. \end{cases}$

Вариант 2

1. Является ли решением системы уравнений $\begin{cases} 2x + y = 4, \\ y - 2x = 2 \end{cases}$

пара чисел: а) (3; 0,5); б) (0,5; 3)?

2. Решите систему уравнений методом подстановки:

$$\begin{cases} x + y = 2, \\ 2x - y = 3. \end{cases}$$

3. Решите методом алгебраического сложения систему урав-

нений: $\begin{cases} 2x - 3y = 4, \\ 3x + 3y = 11. \end{cases}$

Вариант 3

1. Является ли решением системы уравнений $\begin{cases} x - y = 4, \\ 2x + y = 5 \end{cases}$

пара чисел: а) (3; -1); б) (-1; 3)?

2. Решите систему уравнений методом подстановки:

$$\begin{cases} x - 4y = 3, \\ x + y = 4. \end{cases}$$

3. Решите методом алгебраического сложения систему уравнений: $\begin{cases} x - 5y = 3, \\ 5y - 2x = 4. \end{cases}$

Вариант 4

1. Является ли решением системы уравнений $\begin{cases} x + y = 2, \\ 2x - y = 4 \end{cases}$

пара чисел: а) (2; 0); б) (0; 2)?

2. Решите систему уравнений методом подстановки:

$$\begin{cases} x - 2y = 3, \\ x + y = 4. \end{cases}$$

3. Решите методом алгебраического сложения систему уравнений: $\begin{cases} 3x - 3y = 2, \\ -2x + 4y = 1. \end{cases}$

Вопросы для устного опроса

1. Что называется системой уравнений?
2. Что называется решением системы уравнений?
3. Что значит решить систему уравнений?
4. Какие две системы называются равносильными?

Домашняя контрольная работа №17.

Решение рациональных и иррациональных уравнений, их систем

Вариант 1

1. Решить уравнение:

А) $6x^3 - 24x = 0$

Б) $\frac{x^2+1}{x-2} - \frac{x^2-1}{x+1} = 8$

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - 3y = -1 \end{cases}$$

3. а) $\sqrt{x^2 - 4x} = \sqrt{6 - 3x}$ б) $\sqrt{3x + 1} = x - 1$ в) $2\sqrt{x} - \sqrt[4]{x} = 1$ г) $\sqrt{x} + \sqrt{x - 3} = 3$

$$4. \begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 4 \\ \sqrt{xy} = 3 \end{cases}$$

Вариант 2

1. Решить уравнение:

А) $7x^3 - 42x = 0$

Б) $\frac{x^2+1}{x-2} - \frac{x^2-1}{x+1} = 8$

2. Решить систему уравнений: $\begin{cases} 3x + 4y = 1 \\ 2x - y = 8 \end{cases}$

3. а) $\sqrt{x^2 - 10} = \sqrt{-3x}$ б) $\sqrt{2x + 4} = x - 2$ в) $3\sqrt[3]{x} + 2\sqrt[6]{x} = 5$ г) $\sqrt{x} + \sqrt{x-5} = 1$

$$4. \begin{cases} \sqrt{x} - \sqrt{y} = 1 \\ \sqrt{xy} = 2 \end{cases}$$

Вариант 3

1. Решить уравнение:

А) $4x^4 - 3x^2 = 0$

Б) $\frac{x^2+1}{x-2} - \frac{x^2-1}{x+1} = 8$

2. Решить систему уравнений: $\begin{cases} 5x + y = 2 \\ 4x - 2y = 10 \end{cases}$

3. а) $\sqrt{x^2 + x - 3} = \sqrt{1 - 2x}$ б) $\sqrt{2x^2 + 7} = x^2 - 4$ в) $x^2 + 3x - \sqrt{x^2 + 3x} - 2 = 0$

$$4. \begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 4 \\ x - y = 8 \end{cases}$$

Вариант 4

1. Является ли решением системы уравнений $\begin{cases} x + y = 2, \\ 2x - y = 4 \end{cases}$

пара чисел: а) (2; 0); б) (0; 2)?

2. Решите систему уравнений методом подстановки:

$$\begin{cases} x - 2y = 3, \\ x + y = 4. \end{cases}$$

3. Решите методом алгебраического сложения систему уравнений: $\begin{cases} 3x - 3y = 2, \\ -2x + 4y = 1. \end{cases}$

Практическая работа № 24.
Решение рациональных, иррациональных уравнений, и их систем
Вариант 1

1. Решить уравнение:

а) $\sqrt{14-5x} = 2$, б) $\sqrt{2x^2 + 5x + 16} = x + 4$,

в) $\sqrt{15-x} + \sqrt{3-x} = 6$, г) $\sqrt{2x+1} - \sqrt{x-8} = 3$.

2. Решить неравенство:

а)
$$\begin{cases} 2\sqrt{x-2} + \sqrt{5y+1} = 8, \\ 3\sqrt{x-2} - 2\sqrt{5y+1} = -2 \end{cases}$$

3. а) $\frac{2x^2+3x}{3-x} = \frac{x-x^2}{x-3}$

б) $\frac{4}{y-2} - \frac{2}{y} = \frac{3-y}{y^2-2y}$

Вариант 2

1. Решить уравнение:

а) $\sqrt{9x-2} = 5$, б) $\sqrt{2x+7} = x+2$,

в) $\sqrt{2x+3} - \sqrt{x+1} = 1$, г) $\sqrt{20-x} - \sqrt{10-x} = 2$.

2. Решить неравенство:

а)
$$\begin{cases} \sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y} = 2, \\ xy = 27 \end{cases}$$

3. $\frac{x^2+3x}{x-4} = \frac{x^2}{4-x}$

б) $\frac{5}{y+3} - \frac{3}{y} = \frac{2-y}{y^2+3y}$

Вариант 3

1. Решить уравнение:

а) $\sqrt{17-4x} = 1$, б) $\sqrt{x^2 - 2x + 9} = 2x+3$,

в) $\sqrt{2-x} + \sqrt{x+3} = 3$, г) $\sqrt{2x+1} - \sqrt{x-9} = 3$.

2. Решить неравенство:

а)
$$\begin{cases} 2\sqrt{x} - \sqrt{y} = 5, \\ \sqrt{x}\sqrt{y} = 3 \end{cases}$$

3. $\frac{2x^2+3x}{3-x} = \frac{x-x^2}{x-3}$

б) $\frac{4}{y-2} - \frac{2}{y} = \frac{3-y}{y^2-2y}$

Вариант 4

1. Решить уравнение:

а) $\sqrt{8x-7} = 3$, б) $x = 2 - \sqrt{2x-5}$,
 в) $\sqrt{x+2} + \sqrt{3-x} = 3$, г) $\sqrt{9-x^2} > 3 - \sqrt{6x-x^2}$.

2. Решить неравенство:

а)
$$\begin{cases} \sqrt[3]{x}\sqrt{y} + \sqrt{x}\sqrt[3]{y} = 12, \\ xy = 64 \end{cases}$$

3. а) $\frac{x^2+3x}{x-4} = \frac{x^2}{4-x}$

б) $\frac{5}{y+3} - \frac{3}{y} = \frac{2-y}{y^2+3y}$

Практическая работа №25.

Решение показательных уравнений и их систем

Вариант № 1.

1) Решить систему уравнений $\begin{cases} 27^x = 9^y \\ 81^x = 3^{y+1} \end{cases}$

2) $2^{1-3x} = 16$

3) Найдите корень уравнения $5^{x-7} = \frac{1}{125}$.

4) Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{4}\right)^{2x-19} = \frac{1}{64}$.

5) Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{2}\right)^{6-2x} = 4$.

6) Найдите корень уравнения $\sqrt{15-2x} = 3$.

7) Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{3}{5x-30}} = \frac{1}{5}$.

8) Найдите решение уравнения: $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-7} = 2^x$.

Вариант № 2.

1) Решить систему уравнений $\begin{cases} 16^x = 64^y \\ 27^{x+1} = 81^{y-1} \end{cases}$

2) Найдите корень уравнения $2^{2-x} = 16$.

3) Найдите корень уравнения $3^{x-18} = \frac{1}{9}$.

4) Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{4}\right)^{x-15} = \frac{1}{64}$.

5) Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{2}\right)^{14-4x} = 4$.

6) Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{32}\right)^{x-6} = 2$.

7) Найдите корень уравнения $\sqrt{55-3x} = 7$

8) Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{10}{4x-58}} = \frac{1}{7}$.

Домашняя контрольная работа №18.

Решение показательных, логарифмических уравнений и их систем

1 вариант

1. Вычислите :а) $\log_4 32 - \log_4 \frac{1}{2}$ б) $2^{2\log_4 15}$;

2. а) $\log_2(4x+5) = \log_2(9-2x)$;

б) $\left(\frac{1}{2}\right)^{14-4x} = 4$

3. Решите систему уравнений $\begin{cases} \log_5(x+y) = 1 \\ \log_6 x + \log_6 y = 1 \end{cases}$

4. Решить систему уравнений $\begin{cases} 16^x = 64^y \\ 27^{x+1} = 81^{y-1} \end{cases}$

2 вариант

1. Вычислите: а) $3^{4\log_3 2}$; б) $2\log_5 25 + 3\log_2 64$;

2. а) $\log_5(3x-4) = \log_5(12-5x)$;

в) $3^{x-2} = 27$.

3. Решите систему уравнений $\begin{cases} \log_{0,5}(x+2y) = \log_{0,5}(3x-2y) \\ \log_2 x + \log_2 y = 1 \end{cases}$

4. Решить систему уравнений $\begin{cases} x + y = 3 \\ 5^{x+3y} = 0,2 \end{cases}$

3 вариант

1. Вычислите: а) $7^{1+\log_7 4}$; б) $2\log_2 4 - 3\log_3 27$;

2. Решите уравнение:

а) $\lg(5x-4) = \lg(1-x)$;

б) $6^{4x-10} = \frac{1}{36}$

3. Решите систему уравнений $\begin{cases} \log_9(x-y) = \frac{1}{2} \\ \log_{64} x - \log_{64} y = \frac{1}{3} \end{cases}$

4. $\sqrt{\frac{2}{7x-31}} = \frac{1}{4}$

Практическая работа № 26.

Тригонометрические уравнения и их системы

Вариант № 1

1) Решить уравнения.

а) $2 \sin x + 5 \cos x = 0$

б) $2 \sin^2 x + 3 \sin x \cos x - 3 \cos^2 x = 1$

в) $\sin 2x + \cos^2 x = 1$

г) $\sin x = \cos 3x$

д) $\cos 5x + \cos 3x + \cos x = 0$

2) Решить системы уравнений.

$$\begin{cases} \sin x = \cos y \\ 2 \cos^2 y + \sin x = 3 \end{cases}$$

Вариант № 3

1) Решить уравнения.

а) $\sin^2 x + \sin^2 2x = \sin^2 3x + \sin^2 4x$

б) $3 \sin 3x \cos 3x + 2 \sin 4x \sin(\pi + x) = 3 \sin 5x \cos x$

в) $|-2 + 2,5 \cos 2x| = 2 - \cos^2 x$

г) $\cos(2 \sin x) = \frac{\sqrt{5}}{2}$

д) $\sin^5 x - \sin^4 x \cos x = 2 \sin^3 x \cos^2 x$

е) $\cos x = |\cos x| \cdot |x + 1,5|^2$

2) Решить системы уравнений.

а)
$$\begin{cases} \sin x + \sin y = -1 \\ x - y = \frac{11\pi}{3} \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} \operatorname{ctg} x \cdot \operatorname{ctg} y + 1 = 0 \\ \cos x \cdot \cos y - \frac{2}{7} = 0 \end{cases}$$

Вариант № 2

1) Решить уравнения

а) $3 \sin x - 7 \cos x = 0$

б) $4 \sin^2 x + \sin x \cos x - \cos^2 x = 1$

в) $\sin 2x + \sin^2 x = 1$

г) $\cos x = \sin 3x$

д) $\sin 5x + \sin 3x - \sin 4x = 0$

2) Решить системы уравнений.

$$\begin{cases} \cos x = \sin y \\ \sin^2 y - \cos x = 2 \end{cases}$$

Вариант № 4

1) Решить уравнения

а) $1 - \sin^4 x - \frac{1}{3} \cos^4 x = 0$

б) $6 \sin 2x \sin 6x = 10 \cos 8x \cos(\pi - x) + 3 \cos^2 2x - 3 \sin^2 2x$

в) $|2 \cos^2 x - 1,5| = 1 - \frac{1}{3} \cos 2x$

г) $\sin(2 \cos x) = -\frac{\sqrt{5}}{2}$

д) $3 \sin(x - \pi/4) = 2 \cos(x + \pi/3)$

е) $|\cos x| = \cos x \cdot |x - 2|^2$

2) Решить системы уравнений.

а)
$$\begin{cases} \cos x + \cos y = -1 \\ y - x = \frac{7\pi}{3} \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} y - 1 = 0 \\ \sin x \cdot \cos y + \frac{5}{16} = 0 \end{cases}$$

Домашняя контрольная работа №19. Решение тригонометрических уравнений и их систем

1 вариант

1. Решите уравнение: $\sqrt{2} \cos 3t - 1 = 0$

2. Решите уравнение: $2 \sin^2 x - 3 \sin x - 2 = 0$

3. Решите уравнение: $\sin^2 x - 2\sin x \cos x = 3\cos^2 x$

4. Решите неравенство: $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq -\frac{\sqrt{2}}{2}$

5. Решите систему уравнений.
$$\begin{cases} x - y = \frac{\pi}{3}; \\ \cos x \cos y = \frac{1}{2}. \end{cases}$$

2 вариант

1. Решите уравнение: $\sqrt{2} \sin 3t - 1 = 0$

2. Решите уравнение: $2\cos^2 x - 5\cos x + 2 = 0$

3. Решите уравнение: $\sin^2 x - 6\sin x \cos x = -5\cos^2 x$

4. Решите неравенство: $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \geq -\frac{1}{2}$

5. Решите систему уравнений.
$$\begin{cases} x + y = \frac{\pi}{3}; \\ \sin x \sin y = \frac{1}{4}. \end{cases}$$

3 вариант

1. Решите уравнение: $2\cos 4t - 1 = 0$

2. Решите уравнение: $3\sin^2 x - 5\sin x - 2 = 0$

3. Решите уравнение: $\sin^2 x - 4\sin x \cos x = -3\cos^2 x$

4. Решите неравенство: $\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq -\frac{\sqrt{3}}{3}$

5. Решите систему уравнений.
$$\begin{cases} x + y = \frac{\pi}{3}; \\ \cos x \cos y = \frac{1}{2}. \end{cases}$$

Контрольная работа №4.

Решение уравнений и их систем

Вариант 1

1. Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} 3x + y = -1 \\ x - xy = 8 \end{cases}$$

2. Решите задачу с помощью системы уравнений.

Сумма двух чисел равна 25, а их произведение равно 144. Найдите эти числа.

3. Не выполняя построения, найдите координаты точек пересечения параболы $y = x^2 + 4$ и прямой $x + y = 6$.

Вариант 2

1. Решите систему уравнений: $\begin{cases} x - 3y = 2 \\ xy + y = 6 \end{cases}$
2. Решите задачу с помощью системы уравнений.
Разность двух чисел равна 5, а их произведение равно 84. Найдите эти числа.
3. Не выполняя построения, найдите координаты точек пересечения параболы $y = x^2 - 8$ и прямой $x + y = 4$.

Вариант 3

1. Решите систему уравнений:
 А) $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ x^2 - y = 1 \end{cases}$ Б) $\begin{cases} 2y - x = 7 \\ x^2 - xy - y^2 = 29 \end{cases}$
2. Решите задачу с помощью системы уравнений.
Одна из сторон прямоугольника на 2 м больше другой стороны. Найдите стороны прямоугольника, если его площадь равна 120 м^2 .
3. Не выполняя построения, найдите координаты точек пересечения окружности $x^2 + y^2 = 10$ и прямой $x + 2y = 5$.

Тема 6.2. Неравенства

Практическая работа № 27.

Решение неравенств и их систем различными методами

Вариант 1	Вариант 2
<p>№1. $2x^2 - 7x + 3 \geq 0$</p> <p>№2. $\begin{cases} 1 - x < 2x - 5 \\ 3 - x > -5 \end{cases}$</p> <p>№3. $\begin{cases} 1 - x < 2x - 5 \\ 2x^2 - 7x + 3 \geq 0 \end{cases}$</p>	<p>№1. $3x^2 + x - 10 \leq 0$</p> <p>№2. $\begin{cases} 3x + 7 \geq 9 + 2x \\ 5 + x > 2x + 2 \end{cases}$</p> <p>№3. $\begin{cases} 3x + 7 \geq 9 + 2x \\ 3x^2 + x - 10 \leq 0 \end{cases}$</p>
Вариант 3	Вариант 4
<p>№1. $x^2 + 9x - 36 \leq 0$</p> <p>№2. $\begin{cases} 2x - 3 > x - 3 \\ 4x + 3 > 8 - x \end{cases}$</p> <p>№3. $\begin{cases} 2x - 3 > x - 3 \\ x^2 + 4x + 2 < 0 \end{cases}$</p>	<p>№1. $x^2 - 5x - 3 > 0$</p> <p>№2. $\begin{cases} x + 4 < 2x \\ 1 - x > -2 \end{cases}$</p> <p>№3. $\begin{cases} x^2 + 9x - 36 \\ 4x + 3 > 8 - x \end{cases}$</p>
Вариант 5	Вариант 6
<p>№1. $x^2 + 4x + 2 < 0$</p> <p>№2. $\begin{cases} 7x - 12 > 3x - 20 \\ 5 - 2x > 4x + 29 \end{cases}$</p> <p>№3. $\begin{cases} 5x - 7 \leq -14 + 3x \\ -x^2 + 3x - 1 \leq 0 \end{cases}$</p>	<p>№1. $-x^2 + 3x - 1 \leq 0$</p> <p>№2. $\begin{cases} 5x - 7 \leq -14 + 3x \\ -4x + 5 > 29 + 2x \end{cases}$</p> <p>№3. $\begin{cases} x^2 - 5x - 3 > 0 \\ 5 - 2x > 4x + 29 \end{cases}$</p>
Вариант 7	Вариант 8
<p>№1. $x^2 - 26x + 120 > 0$</p>	<p>№1. $2x^2 + x - 3 \leq 0$</p>

<p>№2. $\begin{cases} 1 - x \geq 2x - 5 \\ 3 - x \leq -5 \end{cases}$</p> <p>№3. $\begin{cases} x^2 - 26x + 120 > 0 \\ 3 - x \leq -5 \end{cases}$</p>	<p>№2. $\begin{cases} 1 - 12x > 3x + 1 \\ 2 - 6x < 4 + 4x \end{cases}$</p> <p>№3. $\begin{cases} x^2 - 4 \leq 0 \\ 3x - 2 > 4x + 2 \end{cases}$</p>
--	--

Вопросы для устного опроса

1. Является ли решением неравенства $3x - 11 > 1$ число 5?
2. Дайте определение решения неравенства с одной переменной.
3. Что значит решить неравенство?
4. Какие неравенства называются рациональными?
5. Решить неравенство значит....
6. Решение неравенства это
7. Рациональные, иррациональные, показательные, логарифмические неравенства это...
8. Область определения функции - это...
9. Решить неравенство методом интервалов значит

Домашняя контрольная №20.

Решение рациональных и иррациональных неравенств, их систем

1 Вариант

1. Решите неравенство:

а) $2(1 - x) \geq 5x - (3x + 2)$;

б) $3x^2 + 5x - 8 \geq 0$;

в) $\frac{x^2 + 9x}{x - 2} < 0$.

2. Решить:

1. $\sqrt{9x - 20} \leq x$;

2. $(x^2 - 7x + 6)\sqrt{2 - x} \geq 0$;

3. $\sqrt{x - 1} + \sqrt{4x + 1} \leq 4$;

4. $\frac{\sqrt{2 - x} + 4x - 3}{x} \leq 2$;

2 Вариант

1. Решите неравенство:

а) $7x + 3 > 5(x - 4) + 1$;

б) $2x^2 + 13x - 7 > 0$;

в) $\frac{x^2 + 7x}{x - 3} < 0$.

2. Решить:

1. $\frac{x+2\sqrt{x-3}}{x-2\sqrt{x-3}} > 0$;
2. $\sqrt{x^2-5x+4} < x-3$;
3. $\sqrt{2-x} + \sqrt{x+1} \geq -1$;
4. $\sqrt{x-1} + \sqrt{x+2} > \sqrt{x+7}$.

3 Вариант

1. Решите неравенство:

а) $2(1-x) \geq 5x - (3x+2)$;

б) $3x^2 + 5x - 8 \geq 0$;

в) $\frac{x^2 + 9x}{x-2} < 0$.

2. Решить:

1. $\sqrt{3x-x^2} < 4-x$;

2. $(x^2-5x+4)\sqrt{3-x} \geq 0$;

3. $\sqrt{1-x} + \sqrt{9-4x} \geq 4$;

4. $\frac{\sqrt{5+x} + 5x + 2}{x} \geq 1$;

Практическая работа № 28.

Решение рациональных, иррациональных, показательных, логарифмических, тригонометрических неравенств и их систем

1 вариант

1. Решите уравнения:

1) $\log_2(2-5x) > 1$;

2) $\log_{0,2}(4-2x) > -1$;

3) $\log_{0,3} \frac{x-3}{1-x} < 0$;

4) $2x^2 - 3x - 2 \geq 0$

5) $\begin{cases} 6x + 1 < 5x + 8 \\ 4x - 5 \leq 5x + 1 \end{cases}$

6) $3^x > 9$.

2 вариант

1. Решите уравнения:

1) $x + 3 < \log_3(26 + 3^{-x})$;

2) $\log_3 x + \log_3(x-1) - 1 \leq \log_3 2$;

3) $\log_{0,3} \frac{x-3}{1-x} < 0$;

4) $2x^2 - 9x + 9 < 0$

5) $\begin{cases} 4x + 3 < 2x + 5 \\ 6x - 7 \leq 7x + 2 \end{cases}$

6) $4^x \leq 1$.

$$7) \left(\frac{1}{5}\right)^{2-3x} = 25;$$

$$8) 4^x + 2^x - 20 = 0;$$

$$7) 7^{x+1} + 3 \cdot 7^x = 2^{x+5} + 3 \cdot 2^x;$$

$$8) 2 \cdot 4^x = 6^x + 3 \cdot 9^x.$$

3 вариант

1. Решите уравнения:

$$1) 4^{\log_4(4-9x)} < 16;$$

$$2) \log_{0,5} \frac{x^2 - 4}{x + 10} < -1;$$

$$3) \log_3 x + \log_3(x-1) - 1 \leq \log_3 2;$$

$$4) 5x^2 - 9x - 2 \geq 0$$

$$5) \begin{cases} 7x - 12 < 3x - 20 \\ 5 - 2x > 4x + 29 \end{cases}$$

$$6) \left(\frac{1}{2}\right)^x \leq \frac{1}{4}$$

$$7) (0,1)^{2x-3} = 10;$$

$$8) 9^x - 7 \cdot 3^x - 18 = 0;$$

4 вариант

1. Решите уравнения:

$$1) 0,3^2 > 0,3^{\log_{0,3}(3-2x)};$$

$$2) \log_2 \frac{x^2 + 3}{x + 3} > 1;$$

3)

$$\log_{0,1} x + \log_{0,1}(x-2) + 1 \leq \log_{0,1} 0,3;$$

$$4) 2x^2 - 11x + 5 < 0$$

$$5) \begin{cases} 5x - 7 > -14 + 3x \\ -4x + 5 \leq 29 + 2x \end{cases}$$

$$6) 5^x < -5$$

$$7) 3^{x+3} + 3^x = 5 \cdot 2^{x+4} - 17 \cdot 2^x;$$

$$8) 2 \cdot 9^x - 6^x = 3 \cdot 4^x.$$

Домашняя контрольная работа №21.

Решение показательных, логарифмических неравенств и их систем

Вариант 1

1. Решить неравенство:

$$a) \left(\frac{3}{4}\right)^x > 1\frac{1}{3}; \quad б) (\sqrt{5})^{x-6} < \frac{1}{5};$$

2. Решить систему уравнений и неравенств:

$$a) \begin{cases} x + y = -2 \\ 6^{x+5y} = 36; \end{cases} \quad б) \begin{cases} 7^{x-2} < 0,4 \\ \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+x}; \end{cases} \quad в) \begin{cases} 2 \cdot 15^x + 15^y = 5^x \cdot 3^{-y} \\ 2 \cdot 3^{x-y} - 5^{y-x} = 3 \cdot 9^x. \end{cases}$$

3. Решите систему уравнений:

$$\left\{ \right.$$

$$8^{\log_8(x-y)} = 2,$$

$$2^x - 2^y = 6 \log_4 2.$$

Вариант 2

1. Решить неравенство:

$$\text{а) } 2 \cdot 9^{\frac{x+1}{2}} - 3^{2-x} < 27^{1-x}; \quad \text{б) } \left(1\frac{2}{7}\right)^{x^2-4} \leq 1;$$

2. Решить систему уравнений и неравенств:

$$\text{а) } \begin{cases} x - y = 4 \\ 5^{x+y} = 25; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 6^{5-x} > \frac{1}{3} \\ (0,6)^{x^2} = (0,6)^{5x-6}; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} 2^{x-y} - 2 \cdot 6^{x-y} = 6^{-2y} \\ 3^{x-y+1} + 6^{-y-x} = 2. \end{cases}$$

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} \log_3 x - 2 \log_3 y = 1, \\ x + 3y^2 = 54. \end{cases}$$

Вариант 3

1. Решить неравенство:

$$\text{а) } \left(\frac{3}{4}\right)^x > 1\frac{1}{3}; \quad \text{б) } (\sqrt{5})^{x-6} < \frac{1}{5};$$

2. Решить систему уравнений и неравенств:

$$\text{а) } \begin{cases} x + y = -2 \\ 6^{x+5y} = 36; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 7^{x-2} < 0,4 \\ \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+x}; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} 2 \cdot 15^x + 15^y = 5^x \cdot 3^{-y} \\ 2 \cdot 3^{x-y} - 5^{y-x} = 3 \cdot 9^x. \end{cases}$$

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 5^{\log_5(x-y)} = 1, \\ 3^x - 3^y = 6 \log_2 8. \end{cases}$$

Тема 7. Начала математического анализа

Тема 7.1. Последовательности

Вопросы для устного опроса

1. Понятие числовой последовательности
2. Определение числовой последовательности и способы её задания
3. Свойства числовых последовательностей.

4. Какие способы задания числовых последовательностей.

Практическая работа № 29.
Вычисление членов числовой последовательности, ее предела.

Вариант 1

1. Напишите первые пять членов последовательности, членами которой являются натуральные числа, кратные числу 15.
2. Последовательность задана формулой $x_n = 3n^2 + 1$. Найдите: а) x_1 ; б) x_5 ; в) x_m ; г) x_{3m} .
3. Определите номер члена последовательности, заданной формулой $a_n = 41 - 2n$, равного 19.
4. Последовательность задана рекуррентным способом: $y_1 = -3$, $y_{n+1} = 2y_n + 5$. Найдите первые три члена последовательности.
5. Напишите формулу общего члена последовательности, членами которой являются натуральные числа, при делении которых на 7 в остатке остается 1.

Вариант 2

1. Напишите первые пять членов последовательности, членами которой являются натуральные числа, кратные числу 17.
2. Последовательность задана формулой $x_n = 8n^2 - n$. Найдите: а) x_1 ; б) x_6 ; в) x_m ; г) x_{2m} .
3. Определите номер члена последовательности, заданной формулой $b_n = -38 + 3n$, равного -2.
4. Последовательность задана рекуррентным способом: $x_1 = -7$, $x_{n+1} = 5x_n - 1$. Найдите первые три члена последовательности.
5. Напишите формулу общего члена последовательности, членами которой являются натуральные числа, при делении которых на 13 в остатке остается 2.

Вариант 3

1. Напишите первые пять членов последовательности, членами которой являются натуральные числа, кратные числу 19.
2. Последовательность задана формулой $x_n = 5n^2 + 1$. Найдите: а) x_1 ; б) x_5 ; в) x_m ; г) x_{3m} .
3. Определите номер члена последовательности, заданной формулой $a_n = 41 - 2n$, равного 15.
4. Последовательность задана рекуррентным способом: $y_1 = -3$, $y_{n+1} = 2y_n + 5$. Найдите первые три члена последовательности.
5. Напишите формулу общего члена последовательности, членами которой являются натуральные числа, при делении которых на 4 в остатке остается 1.

Вариант 4

1. Напишите первые пять членов последовательности, членами которой являются натуральные числа, кратные числу 13.
2. Последовательность задана формулой $x_n = 4n^2 - n$. Найдите: а) x_1 ; б) x_6 ; в) x_m ; г) x_{2m} .
3. Определите номер члена последовательности, заданной формулой $b_n = -38 + 3n$, равного -3.
4. Последовательность задана рекуррентным способом: $x_1 = -7$, $x_{n+1} = 5x_n - 1$.
Найдите первые три члена последовательности.
5. Напишите формулу общего члена последовательности, членами которой являются натуральные числа, при делении которых на 7 в остатке остается 5.

Домашняя контрольная работа №22.

Предел функции

Вариант 1

Найти предел функции

$$\begin{aligned} \text{а) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + 3x - 4}{7x^3 - 5x + 1}, \text{ б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2 - 4x - 1}{3x^2 + x - 4}, \text{ в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + x^3 + 5x^2 + 1}{4x^2 - 5x^2 + x - 2}, \text{ г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 4x - 8}{x^3 - 5x + 9}, \\ \text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^5 + 5x^4 - x^2 + 3}{7x^4 - 2x^3 + 1}, \text{ е) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{2x + 9}\right)^{x-1}, \text{ ж) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{5x}, \text{ з) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{5}{3x}\right)^{2x+1} \end{aligned}$$

Вариант 2

Найти предел функции

$$\begin{aligned} \text{а) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{5x^2 + x - 4}{6x^3 - 5x + 10}, \text{ б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x^2 - 5x - 1}{3x^2 + 2x - 5}, \text{ в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9x^4 + 4x^3 - 4x + 1}{14x^4 - 5x^3 + x - 23}, \text{ г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 4x - 9}{5x^3 - x + 19}, \\ \text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 + 15x^3 - 2x^2 + 3}{3x^3 - 2x^2 + 10}, \text{ е) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{5x + 1}\right)^{7x-12}, \text{ ж) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{8x}, \\ \text{з) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{x}{x^2 - 3}\right)^{x-5} \end{aligned}$$

Вариант 3

Найти предел функции

$$\begin{aligned} \text{а) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{7x^2 + 3x - 2}{2x^3 - x + 11}, \text{ б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2 - 4x - 3}{9x^2 + x - 10}, \text{ в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 + 7x^3 - 5x^2 + 13}{x^5 - 25x^2 + 6x - 12}, \text{ г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 6x - 9}{x^4 - 3x + 8}, \\ \text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^6 + 9x^4 - 3x^2 + 31}{5x^2 - 23x^3 + 11}, \text{ е) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{12}{5x + 1}\right)^{3x-1}, \text{ ж) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin^2 4x}{5x^2}, \\ \text{з) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{18}{5 - 2x}\right)^{3x+2} \end{aligned}$$

Вариант 4

Найти предел функции

$$\begin{aligned} \text{а) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^4 + 7x - 14}{8x^3 - 3x + 12}, \text{ б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{12x^2 - 7x - 5}{4x^2 + x - 5}, \text{ в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 + 7x^3 - 5x^2 + 13}{x^5 - 25x^2 + 6x - 12}, \text{ г) } \\ \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 3x - 18}{7x^3 - 5x + 19}, \\ \text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^5 + 5x^4 - 11x^2 + 3}{6x^2 - 2x^3 + 19}, \text{ е) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{12}{x + 19}\right)^{7x-1} \text{ ж) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{11x}, \text{ з) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{16 - 3x}\right)^{6x+5} \end{aligned}$$

Тема 7.2. Производная функции. Применение производной
Практическая работа №30.
Нахождение производной функции по формулам и правилам
Вариант 1

Найти производные функций.

- 1) $(23x)'$; 2) $(5 \cos x)'$; 3) $(125)'$; 4) $(17^x)'$; 5) $(2 \log_5 x)'$; 6) $(25x^4)'$; 7) $\left(\frac{1}{4} \operatorname{ctgx}\right)'$; 8) $\left(\frac{1}{6} \ln x\right)'$
9) $(2 \operatorname{arctgx})'$; 10) $(32\sqrt{x})'$; 11) $\left(\frac{16}{x^7}\right)'$; 12) $(8 \operatorname{arcctgx})'$; 13) $(18e^x)'$; 14)
 $(12x^5 - 8x^4 + 3x^2 - 4x + 5)'$; 15) $(x^6 \cdot \log_4 x)'$; 16) $\left(\frac{2x+4}{7x-5}\right)'$; 17) $\left(7 \log_9 x - \frac{5}{x^6} + 2 \arcsin x\right)'$;
18) $(2^x \cdot \cos x)'$; 19) $\left(\frac{4x^2 - 5x}{2x-7}\right)'$; 20) $\left(\frac{4\sqrt[3]{x}}{5}\right)'$

Вариант 2

Найти производные функций.

- 1) $(14x^2)'$; 2) $(5 \sin x)'$; 3) $(12x)'$; 4) $(17 \log_7 x)'$; 5) $(2 \arcsin x)'$; 6) $(15 \operatorname{tgx})'$; 7) $\left(\frac{1}{4} \operatorname{arcctgx}\right)'$; 8)
 $\left(\frac{1}{8} e^x\right)'$ 9) $(12 \operatorname{ctgx})'$; 10) $(32\sqrt[3]{x})'$; 11) $\left(\frac{16}{x^9}\right)'$; 12) $\left(\frac{8}{13} \ln x\right)'$; 13) $(18 \cdot 4^x)'$; 14)
 $(121^3 - 9x^5 + 3x^4 - 4x + 16)'$; 15) $(x^6 \cdot \cos x)'$; 16) $\left(\frac{3x+5}{4x-3}\right)'$; 17) $\left(7 \operatorname{tgx} - \frac{5}{x^9} + 2 \sin x\right)'$; 18)
 $(e^x \cdot \arccos x)'$; 19) $\left(\frac{9x^2 - 4x}{5x-2}\right)'$; 20) $\left(\frac{4}{5x^9}\right)'$

Вариант 3

Найти производные функций.

- 1) $(25)'$; 2) $(5 \arccos x)'$; 3) $(250x^2)'$; 4) $(25^x)'$; 5) $(2 \operatorname{ctgx})'$; 6) $(25^x)'$; 7) $\left(\frac{1}{4} \log_9 x\right)'$; 8)
 $\left(\frac{1}{6} \operatorname{tgx}\right)'$ 9) $(15 \arcsin x)'$; 10) $\left(\frac{2}{3} \sqrt{x}\right)'$; 11) $\left(\frac{16}{5} \ln x\right)'$; 12) $(18 \operatorname{arctgx})'$; 13) $(16 \cos x)'$; 14)
 $(10x^3 - 6x^9 + 5x^7 - 4)'$; 15) $(2x^3 \cdot \ln x)'$; 16) $\left(\frac{4x+1}{8x-5}\right)'$; 17) $\left(7e^x - \frac{5}{12} \sqrt{x} + 14 \sin x\right)'$; 18)
 $((2x+3) \cdot \cos x)'$; 19) $\left(\frac{7x^2 - x}{2x+1}\right)'$; 20) $\left(\frac{5\sqrt[4]{x}}{7}\right)'$

Практическая работа 31.

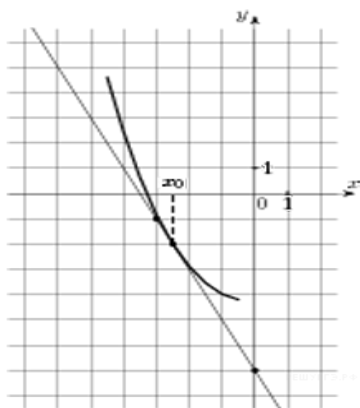
Производная функции, её геометрический и физический смысл. Уравнение касательной к графику функции

Вариант 1.

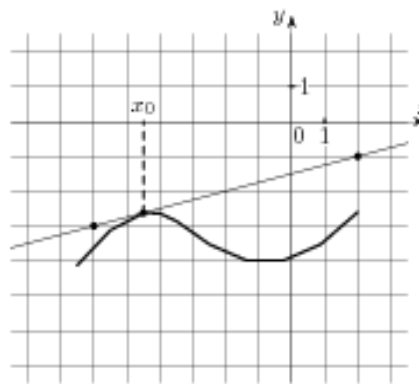
1. Составьте уравнение касательной: $f(x) = x^2 + x$, если $x_0 = 2$.

2. Найдите тангенс угла наклона к оси абсцисс касательной к графику функции $f(x) = 3x^2 - 1$ в точке $x_0 = 1$.

3. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



а)



б)

4. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $y = \cos 3x$ в точке с абсциссой $x_0 = \frac{\pi}{6}$.

5. Написать уравнение касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке x_0 .

$$y = 2x^3 - \frac{2x}{3} + \frac{1}{2}, \quad x_0 = -1.$$

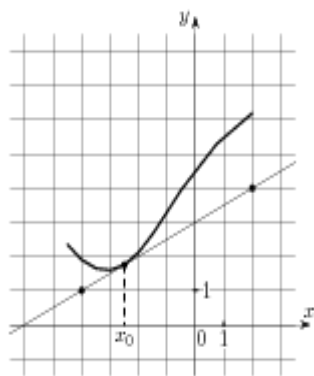
6. Прямая $y = -4x - 11$ является касательной к графику функции $y = x^3 + 7x^2 + 7x - 6$. Найдите абсциссу точки касания.

Вариант 2.

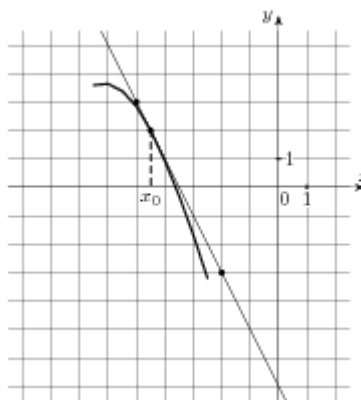
1. Составьте уравнение касательной: $f(x) = x^2 - 3x$, если $x_0 = -1$.

2. Найдите тангенс угла наклона к оси абсцисс касательной, проходящей через точку $A(1; 1)$ графика функции $f(x) = x^3 + 2$.

3. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



а)



б)

4. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $y = \sin 3x$ в точке с абсциссой $x_0 = \frac{\pi}{3}$.

5. Написать уравнение касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке x_0 .

$$y = \frac{x^4}{2} - \frac{2x-4}{3}, \quad x_0 = -1$$

6. Прямая $y = 8x - 9$ является касательной к графику функции $y = x^3 + x^2 + 8x - 9$. Найдите абсциссу точки касания.

Практическая работа № 32.
Нахождение экстремальных точек, точек перегиба
Вариант 1

1. Найдите критические точки функции. Определите, какие из них являются точки максимума, а какие-точки минимума.

а) $y = -x^2 - 8x + 2$;

б) $y = 15 + 48x - x^3$.

2. Найдите точки экстремума и значения функции в этих точках:

а) $y = 24x - x^3$;

б) $y = 2\cos x + x$.

Вариант 2

1. Найдите критические точки функции. Определите, какие из них являются точки максимума, а какие-точки минимума.

а) $y = x^2 + 8x - 4$;

б) $y = 3 - 8x - 2x^3$.

2. Найдите точки экстремума и значения функции в этих точках:

а) $y = x - 3x^3$;

б) $y = 3\sin x - x$.

Вариант 3

1. Найдите критические точки функции. Определите, какие из них являются точки максимума, а какие-точки минимума.

а) $y = 2x^2 - x - 1$;

б) $y = 4 - 15x - 2x^3$.

2. Найдите точки экстремума и значения функции в этих точках:

а) $y = x - 3x^3$;

б) $y = 3x^2 + 3x$.

Домашняя контрольная работа №23
Производная и дифференциал функции
Вариант 1

1. Найти производные:

$$а) y = 10x^5 - \frac{1}{4x^4}$$

$$б) y = \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \sin x$$

$$в) y = \frac{tgx}{\sqrt{x}}$$

$$г) y = \frac{\cos x}{1 - \sin x}$$

$$д) y = \ln(1 - ctgx)$$

$$е) y = e^{-x} + 10^{\ln x}$$

$$ж) y = \operatorname{arctg} \frac{1+x}{1-x}$$

$$з) y = \sin^2 3x \cos^3 2x$$

$$и) y = \arcsin e^x + \arccos \frac{1}{2^x}$$

$$к) y = tg 3^{\ln x}$$

$$л) y = x \sqrt{\frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 2}}$$

$$м) y = \operatorname{arctg} x^2 - \ln \sin x$$

2. Найти $\frac{dy}{dx}$:

$$а) xy = \ln(e^{x+y} - 2)$$

$$б) tg(y-1) = x + y^2$$

$$в) \begin{cases} x = \operatorname{arctg} t \\ y = \sqrt{t^2 + 1} \end{cases}$$

3. Найти $\frac{d^2 y}{dx^2}$:

$$y = \frac{x^3}{x-1}$$

4. Найти дифференциал функции:

$$y = tg(x^3 + \sqrt{x})$$

5. Составить уравнение касательной и нормали к кривой $y = -x^2 - 2x + 1$ в точке (2; -7).

Вариант 2

1. Найти производные:

а) $y = 7x^5 - 2\sqrt[3]{x} + \sqrt{2}$

б) $y = \sqrt[3]{x} \cos x$

в) $y = \frac{\sin x}{\cos x + 1}$

г) $y = \frac{1}{\cos^2 2x}$

д) $y = (\operatorname{arctg} x + x)^2$

е) $y = \operatorname{tg} 5x \sin 7x$

ж) $y = \cos^2 2x \sin^2 3x$

з) $y = (1 + \arcsin x)^2$

и) $y = \frac{10^x + 10^{-x}}{2x}$

к) $y = \ln(x^2 - 4x)$

л) $y = \operatorname{ctg}(\ln 2x)$

м) $y = e^{\sin x + \cos x}$

2. Найти $\frac{dy}{dx}$:

а) $e^x \operatorname{tg} y - x^2 + y^3 = 0$

б) $\cos x + e^{4y} = 9$

в) $\begin{cases} x = \ln \frac{\sin t - 1}{2} \\ y = \arcsin t \end{cases}$

3. Найти $\frac{d^2 y}{dx^2}$:

$y = \frac{\ln x}{x}$

4. Найти дифференциал функции:

$y = 2^{\operatorname{tg} x}$

5. Составить уравнения касательной и нормали к кривой $y = x^2 - x - 1$ в точке (1; -1).

Практическая работа №33.

Применение производной к исследованию функций и построению графиков

Вариант 1

1. Найдите значение производной функции в точке x_0 :

$$y = x^3 - 5x + 3, x_0 = 1$$

2. Найдите производную функции:

$$y = 5 \sin x - x$$

3. Найдите производную функции, используя правило дифференцирования произведения:

$$y = \sqrt{x} \cdot (4x - 2)$$

4. Найдите производную сложной функции:

$$y = (5x + 2)^7$$

5. Найдите угловой коэффициент касательной, проведённой к графику функции $y=f(x)$ в точке с абсциссой $x = a$, если:

$$y = 1/2 \cdot x^2, a = 3$$

6. Исследуйте функцию и постройте её график:

$$y = -x^3 + 3x - 2$$

Вариант 2

1. Найдите значение производной функции в точке x_0 :

$$y = x^4 - 3x^2 - 4, x_0 = 1$$

2. Найдите производную функции:

$$y = 2 \cos x + 15x$$

3. Найдите производную функции, используя правило дифференцирования произведения:

$$y = (x^3 + 5) \cdot \sqrt{x}$$

4. Найдите производную сложной функции:

$$y = \sqrt{7x + 4}$$

5. Найдите угловой коэффициент касательной, проведённой к графику функции $y=f(x)$ в точке с абсциссой $x = a$, если:

$$y = 1/3 \cdot x^3, a = -1$$

6. Исследуйте функцию и постройте её график:

$$y = x^3 - 12x$$

Вариант 3

1. Найдите значение производной функции в точке x_0 :

$$y = x^3 + 3x - 2, x_0 = 3$$

2. Найдите производную функции:

$$y = 3x - \sin x$$

3. Найдите производную функции, используя правило дифференцирования произведения:

$$y = \sqrt{x} \cdot (x^4 - 1)$$

4. Найдите производную сложной функции:

$$y = (2x - 3)^5$$

5. Найдите угловой коэффициент касательной, проведённой к графику функции $y=f(x)$ в точке с абсциссой $x = a$, если:

$$y = 1/4 \cdot x^4, a = 1$$

6. Исследуйте функцию и постройте её график:

$$y = x^3 - 3x + 2$$

Домашняя контрольная работа №24
Исследование функции с помощью производной

ВАРИАНТ 1

1. С помощью производной найдите промежутки возрастания и убывания функции:

1. $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 40$.

2. $f(x) = x^4 - 8x^2 + 3$.

2. Исследуйте функцию и постройте её график:

1. $f(x) = -0,5x^2 + 2x + 6$.

2. $f(x) = -x^2 - 2x + 8$.

3. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции: 1. $f(x) = x^4 - 8x^2 + 5$ на промежутке $[-3; 2]$.

2. $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x$ на отрезке $[-2; 1]$.

ВАРИАНТ 2

1. С помощью производной найдите промежутки возрастания и убывания функции:

1. $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x$.

2. $f(x) = -x^4 + 8x^2 - 16x$.

2. Исследуйте функцию и постройте её график:

1. $f(x) = -x^2 + 3x + 4$.

2. $f(x) = 0,5x^2 - 2x - 6$.

3. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции:

1. $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$ на промежутке $[-4; 3]$.

2. $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9$ на промежутке $[-2; 2]$.

ВАРИАНТ 3

1. С помощью производной найдите промежутки возрастания и убывания функции:

1. $f(x) = -x^4 + 8x^2 - 16x$.

2. $f(x) = -x^3 + 4x^2 - 4x$.

2. Исследуйте функцию и постройте её график:

1. $f(x) = 0,5x^2 - 2x - 6$.

2. $f(x) = 2x^2 + x - 3$.

3. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции:

1. $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9$ на промежутке $[-2;2]$.

2. $f(x) = x^4 - 8x^2 + 5$ на отрезке $[-3;2]$.

$[-3;2]$.

Вопросы для устного опроса

1. Определение производной функции в точке.
2. Физический (механический) смысл производной.
3. Геометрический смысл производной.
4. Правила дифференцирования (нахождение производной суммы, произведения, частного функций).
5. Правило нахождения производной сложной функции.
6. Вид уравнения касательной к графику функции $f(x)$ в точке $x = x_0$.
7. Определение возрастающей (убывающей) функции.
8. Определение точек экстремума.
9. Алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции $y = f(x)$ на отрезке $[a; b]$.
10. Физический смысл второй производной.

Практическая работа № 34.

Решения прикладных задач с использованием производной

1 Вариант

1. Найти угловой коэффициент касательной, проведенной к кривой $y = x^3$ в точке А $(-2; -8)$.
2. Кривая задана уравнением $y = x^2 + 5x$. Определить углы наклона касательных к положительному направлению оси ОХ, проведенных к кривой в точке с абсциссой $x = -2$.
3. В какой точке касательная к кривой $y = x^2 - 1$ параллельна оси ОХ.
4. Тело движется прямолинейно по закону $s(t) = 3t^3 - 4t + 2$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t = 3$.
5. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^2 - x^3$ на отрезке $[-1; 3]$.

2 Вариант

1. Найти угловой коэффициент касательной, проведенной к кривой $y = x^3 + 1$ в точке С $(3; -2)$.
2. Кривая задана уравнением $y = 3x^2 + 2x$. Определить углы наклона касательных к положительному направлению оси ОХ, проведенных к кривой в точке с абсциссой $x = -1$.
3. В какой точке касательная к кривой $y = 2x^2 - 1$ параллельна оси ОХ.
4. Тело движется прямолинейно по закону $s(t) = t^2 - 3t + 5$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t = 2$.
5. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = -4x^2 + 12x - 7$ на отрезке $[-1; 3]$.

3 Вариант

1. Найти угловой коэффициент касательной, проведенной к кривой $y = 2x^3$ в точке С $(-3; -2)$.
2. Кривая задана уравнением $y = x^2 - 2x$. Определить углы наклона касательных к положительному направлению оси ОХ, проведенных к кривой в точке с абсциссой $x = 3$.
3. В какой точке касательная к кривой $y = x^2 - 4$ параллельна оси ОХ.
4. Тело движется прямолинейно по закону $s(t) = 4t^2 + 6t - 5$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t = -2$.
5. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = -5x^2 + 15x - 9$ на отрезке $[-1; 3]$.

4 Вариант

1. Найти угловой коэффициент касательной, проведенной к кривой $y = x^3 - 5x$ в точке В (-1;2).
2. Кривая задана уравнением $y = x^2 - 3x$. Определить углы наклона касательных к положительному направлению оси ОХ, проведенных к кривой в точке с абсциссой $x = -3$.
3. В какой точке касательная к кривой $y = 4x^2 + 3$ параллельна оси ОХ.
4. Тело движется прямолинейно по закону $s(t) = 3t^4 - 4t + 2$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t = -2$.
5. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^4 - 12x^3 + 10$ на отрезке $[-1;3]$.

Домашняя контрольная работа №25.

Решение задач на нахождение наибольшего и наименьшего значений функции

<p align="center">Вариант 1</p> <p>Найдите наименьшее и наибольшее значения функции:</p> <p>а) $y = -4x^2 + 12x - 7$ на отрезке $[-1;5]$;</p> <p>б) $y = x^3 + 3x^2 - 45x - 2$ на отрезке $[-6;0]$;</p> <p>в) $y = x^3 - 9x^2 + 24x - 1$ на отрезке $[-1;3]$;</p> <p>г) $y = x + \frac{2}{3x-2}$ на отрезке $[1;+\infty]$.</p>	<p align="center">Вариант 2</p> <p>Найдите наименьшее и наибольшее значения функции:</p> <p>а) $y = -3x^2 - 12x + 3$ на отрезке $[-3;2]$;</p> <p>б) $y = x^4 - 8x^3 + 10x^2 + 1$ на отрезке $[-1;2]$;</p> <p>в) $y = 2x^3 - 18x^2 + 30x - 3$ на отрезке $[0;2]$;</p> <p>г) $y = 2x - \frac{3}{2x-4}$ на отрезке $[3;+\infty]$.</p>
<p align="center">Вариант 3</p> <p>Найдите наименьшее и наибольшее значения функции:</p> <p>а) $y = -5x^2 + 15x - 9$ на отрезке $[-1;5]$;</p> <p>б) $y = x^4 + 2x^2 - 2x - 2$ на отрезке $[-4;0]$;</p> <p>в) $y = x^3 - 6x^2 + 3x - 1$ на отрезке $[-1;2]$;</p> <p>г) $y = 3x + \frac{1}{4x-2}$ на отрезке $[1;+\infty]$.</p>	<p align="center">Вариант 4</p> <p>Найдите наименьшее и наибольшее значения функции:</p> <p>а) $y = -5x^2 - 12x + 3$ на отрезке $[-3;2]$;</p> <p>б) $y = x^4 - 12x^3 + 10$ на отрезке $[-1;2]$;</p> <p>в) $y = 3x^3 - 127x^2 + 45x - 3$ на отрезке $[0;2]$;</p> <p>г) $y = 2x - \frac{3}{5x+4}$ на отрезке $[0;+\infty]$.</p>
<p align="center">Вариант 5</p> <p>Найдите наименьшее и наибольшее значения функции:</p> <p>а) $y = -4x^2 + 12x - 7$ на отрезке $[-1;5]$;</p> <p>б) $y = x^3 + 3x^2 - 45x - 2$ на отрезке $[-6;0]$;</p> <p>в) $y = x^3 - 9x^2 + 24x - 1$ на отрезке $[-1;3]$;</p> <p>г) $y = x + \frac{2}{3x-2}$ на отрезке $[1;+\infty]$.</p>	<p align="center">Вариант 6</p> <p>Найдите наименьшее и наибольшее значения функции:</p> <p>а) $y = -3x^2 - 12x + 3$ на отрезке $[-3;2]$;</p> <p>б) $y = x^4 - 8x^3 + 10x^2 + 1$ на отрезке $[-1;2]$;</p> <p>в) $y = 2x^3 - 18x^2 + 30x - 3$ на отрезке $[0;2]$;</p> <p>г) $y = 2x - \frac{3}{2x-4}$ на отрезке $[3;+\infty]$.</p>

Вариант 7	Вариант 8
<p>Найдите наименьшее и наибольшее значения функции:</p> <p>а) $y = -5x^2 + 15x - 9$ на отрезке $[-1;5]$;</p> <p>б) $y = x^4 + 2x^2 - 2x - 2$ на отрезке $[-4;0]$;</p> <p>в) $y = x^3 - 6x^2 + 3x - 1$ на отрезке $[-1;2]$;</p> <p>г) $y = 3x + \frac{1}{4x-2}$ на отрезке $[1;+\infty]$.</p>	<p>Найдите наименьшее и наибольшее значения функции:</p> <p>а) $y = -5x^2 - 12x + 3$ на отрезке $[-3;2]$;</p> <p>б) $y = x^4 - 12x^3 + 10$ на отрезке $[-1;2]$;</p> <p>в) $y = 3x^3 - 127x^2 + 45x - 3$ на отрезке $[0;2]$;</p> <p>г) $y = 2x - \frac{3}{5x+4}$ на отрезке $[0;+\infty]$.</p>

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №5.

Производная и ее применение

Вариант 1	Вариант 2
<p>1) Найдите производную заданной функции</p> <p>а) $f(x) = x^7 - 5x^4 + 12x^2 - 0,5x + 125$</p> <p>б) $f(x) = x^3 \cos x$</p> <p>в) $f(x) = \frac{\operatorname{tg} x}{x^2 - 4}$</p> <p>г) $f(x) = \sin(x^3 - 4x^2 + 5x - 14)$</p> <p>2) Найдите значение производной функции в заданной точке</p> <p>а) $y = \sin\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{4}\right) \quad x_0 = \frac{\pi}{4}$</p> <p>б) $y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - x + 1 \quad x_0 = -1$</p> <p>3) Решите уравнение: $f'(x) = 0$</p> <p>$f(x) = x^2 - 4x + 3$</p> <p>4) Решите неравенство: $f'(x) \leq 0$</p> <p>$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 8$</p> <p>5) Исследуйте функцию по схеме и постройте график:</p> <p>$y = x^4 - 12x^2 + 36$</p>	<p>1) Найдите производную заданной функции</p> <p>а) $f(x) = 3x^8 - 3x^5 + 11x^2 - 0,3x + 127$</p> <p>б) $f(x) = x^4 \sin x$</p> <p>в) $f(x) = \frac{\operatorname{ctg} x}{x^3}$</p> <p>г) $f(x) = \cos(x^4 + 4x^3 + 4)$</p> <p>2) Найдите значение производной функции в заданной точке</p> <p>а) $y = \cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) \quad x_0 = \frac{\pi}{6}$</p> <p>б) $y = \frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{2}x^2 + 3x^2 + 2 \quad x_0 = -1$</p> <p>3) Решите уравнение: $f'(x) = 0$</p> <p>$f(x) = x^2 + 2x - 8$</p> <p>4) Решите неравенство: $f'(x) \geq 0$</p> <p>$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 8x + 12$</p> <p>5) Исследуйте функцию по схеме и постройте график:</p> <p>$y = x^4 - 4x^2 + 4$</p>

Вариант 3	Вариант 4
<p>1) Найдите производную заданной функции</p> <p>а) $f(x) = 3x^6 - 2x^4 + 14x^2 - 0,5x + 250$</p> <p>б) $f(x) = x^5 \cos x$</p> <p>в) $f(x) = \frac{ctgx}{x^3 - 5}$</p> <p>г) $f(x) = \ln(x^3 - 4x^2 + 5x - 14)$</p> <p>2) Найдите значение производной функции в заданной точке</p> <p>а) $y = \cos\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{4}\right) \quad x_0 = \frac{\pi}{4}$</p> <p>б) $y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - x + 1 \quad x_0 = 1$</p> <p>3) Решите уравнение: $f'(x) = 0$</p> <p>$f(x) = x^2 - 6x + 8$</p> <p>4) Решите неравенство: $f'(x) \leq 0$</p> <p>$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x + 9$</p> <p>5) Исследуйте функцию по схеме и постройте график:</p> <p>$y = x^4 - 10x^2 + 25$</p>	<p>1) Найдите производную заданной функции</p> <p>а) $f(x) = 4x^9 + 2x^5 + 12x^3 - 0,2x + 550$</p> <p>б) $f(x) = x^3 \sin x$</p> <p>в) $f(x) = \frac{tgx}{x^4}$</p> <p>г) $f(x) = \ln(x^4 + 4x^3 + 4)$</p> <p>2) Найдите значение производной функции в заданной точке</p> <p>а) $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) \quad x_0 = \frac{\pi}{6}$</p> <p>б) $y = \frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{2}x^2 + 3x^2 + 2 \quad x_0 = 1$</p> <p>3) Решите уравнение: $f'(x) = 0$</p> <p>$f(x) = x^2 + 8x - 9$</p> <p>4) Решите неравенство: $f'(x) \geq 0$</p> <p>$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + x + 2$</p> <p>5) Исследуйте функцию по схеме и постройте график:</p> <p>$y = x^4 - 8x^2 + 16$</p>

Вариант 5	Вариант 6
<p>1) Найдите производную заданной функции</p> <p>а) $f(x) = x^7 - 5x^4 + 12x^2 - 0,5x + 125$</p> <p>б) $f(x) = x^5 \cos x$</p> <p>в) $f(x) = \frac{tgx}{x^4}$</p> <p>г) $f(x) = tg(x^3 - 4x^2 + 5x - 14)$</p> <p>2) Найдите значение производной функции в заданной точке</p>	<p>1) Найдите производную заданной функции</p> <p>а) $f(x) = 3x^8 - 3x^5 + 11x^2 - 0,3x + 127$</p> <p>б) $f(x) = x^7 \sin x$</p> <p>в) $f(x) = \frac{x^3}{ctgx}$</p> <p>г) $f(x) = ctg(x^4 + 4x^3 + 4)$</p> <p>2) Найдите значение производной функции в заданной точке</p>

<p>a) $y = \sin\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{4}\right) \quad x_0 = \frac{\pi}{4}$</p> <p>б) $y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - x + 1 \quad x_0 = -2$</p> <p>3) Решите уравнение: $f'(x) = 0$</p> $f(x) = 4x^2 - 4x + 3$ <p>4) Решите неравенство: $f'(x) > 0$</p> $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 8$ <p>5) Исследуйте функцию по схеме и постройте график:</p> $y = x^4 - 14x^2 + 49$	<p>a) $y = \cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) \quad x_0 = \frac{\pi}{6}$</p> <p>б) $y = \frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{2}x^2 + 3x^2 + 2 \quad x_0 = -2$</p> <p>3) Решите уравнение: $f'(x) = 0$</p> $f(x) = 6x^2 + 2x - 8$ <p>4) Решите неравенство: $f'(x) < 0$</p> $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 8x + 12$ <p>5) Исследуйте функцию по схеме и постройте график:</p> $y = x^4 - 2x^2 + 1$
---	--

	Вариант 8
Вариант 7	
<p>1) Найдите производную заданной функции</p> <p>a) $f(x) = 3x^6 - 2x^4 + 14x^2 - 0,5x + 250$</p> <p>б) $f(x) = x^5 \cos x$</p> <p>в) $f(x) = \frac{x^3 - 5}{ctgx}$</p> <p>г) $f(x) = \cos(x^3 - 4x^2 + 5x - 14)$</p> <p>2) Найдите значение производной функции в заданной точке</p> <p>a) $y = \sin\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{4}\right) \quad x_0 = \frac{\pi}{4}$</p> <p>б) $y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - x + 1 \quad x_0 = 2$</p> <p>3) Решите уравнение: $f'(x) = 0$</p> $f(x) = 3x^2 - 6x + 8$ <p>4) Решите неравенство: $f'(x) < 0$</p> $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x + 9$ <p>5) Исследуйте функцию по схеме и постройте график:</p>	<p>1) Найдите производную заданной функции</p> <p>a) $f(x) = 4x^9 + 2x^5 + 12x^3 - 0,2x + 550$</p> <p>б) $f(x) = x^3 \sin x$</p> <p>в) $f(x) = \frac{x^4}{tgx}$</p> <p>г) $f(x) = \sin(x^4 + 4x^3 + 4)$</p> <p>2) Найдите значение производной функции в заданной точке</p> <p>a) $y = \cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) \quad x_0 = \frac{\pi}{6}$</p> <p>б) $y = \frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{2}x^2 + 3x^2 + 2 \quad x_0 = 2$</p> <p>3) Решите уравнение: $f'(x) = 0$</p> $f(x) = 2x^2 + 8x - 9$ <p>4) Решите неравенство: $f'(x) > 0$</p> $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + x + 2$ <p>5) Исследуйте функцию по схеме и постройте</p>

$$y = x^4 - 22x^2 + 121$$

график:

$$y = x^4 - 24x^2 + 144$$

Тема 7.3. Интеграл и его применение

Практическая работа № 35.

Нахождение первообразной функции с помощью таблицы интегралов

Вариант 1

Найдите первообразные следующих функций:

1. $y = 1$

2. $y = 3x$

3. $y = 3\sin x$

4. $y = x^9$

5. $y = \frac{1}{x^2}$

6. $y = \sqrt{3}$;

7. $y = x^8$;

8. $y = \frac{1}{x^5}$;

9. $y = 2 - x^4 + 3x^7$;

10. $y = \frac{1}{\cos^2 x} - \frac{2}{3}$;

11. $y = (4x - 5)^2$;

12. $y = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 6x\right)$.

Вариант 2

1. $y = \frac{x^3}{3} - 1$

2. $y = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

3. $y = \cos 5x$

4. $y = (x-2)^3$

5. $y = \frac{5}{(3x-5)^3}$

6. $y = \frac{1}{7}$;

7. $y = x^9$;

8. $y = \frac{1}{x^6}$;

9. $y = x^5 + 8x^3 - \sqrt{5}$;

10. Д) $y = 4 + \sin x$;

11. $y = (2 - 7x)^4$;

12. $y = \frac{1}{\sin^2\left(4x - \frac{\pi}{3}\right)}$.

Вариант 3

Найдите первообразные следующих функций:

1. $y = x$

2. $y = 3x^2$

3. $y = x^{-7}$

4. $y = \frac{1}{x^3}$

5. $y = 3\cos x$

6. $y = -0,45$;

7. $y = x^{10}$;
 8. $y = \frac{1}{x^7}$;
 9. $y = 4 + 2x^6 + x^2$;
 10. $y = \frac{1}{\sin^2 x} - \sqrt{7}$;
 11. $y = (5x - 6)^3$;
 12. $y = \cos\left(\frac{\pi}{6} - 5x\right)$.

Домашняя контрольная работа №26.

Таблица интегралов

Вариант 1	Вариант 2
<p>Вычислить неопределенные интегралы:</p> <ol style="list-style-type: none"> $\int \frac{3tg^2 x + 4}{\sin^2 x} dx$ $\int \frac{7dx}{x(1 + 2 \ln x)}$ $\int \frac{xdx}{2x^2 - 3x - 2}$ $\int \frac{x \cos x dx}{\sin^3 x}$ $\int \frac{(x + 3)dx}{x^2 - 10x + 24}$ $\int \frac{dx}{3 + 4 \sin x + \cos x}$ 	<p>Вычислить неопределенные интегралы:</p> <ol style="list-style-type: none"> $\int e^x \left(1 + \frac{e^{-x}}{\cos^2 x}\right) dx$ $\int \frac{\sin x dx}{1 + 5 \cos x}$ $\int \frac{(2x + 3)dx}{\sqrt{x^2 - 4x - 5}}$ $\int \sqrt{x} \cdot \ln x dx$ $\int \frac{32xdx}{(2x - 1)(4x^2 - 16x + 15)}$ $\int \frac{\cos^3 x dx}{\sin^6 x}$
Вариант 3	Вариант 4
<p>Вычислить неопределенные интегралы:</p> <ol style="list-style-type: none"> $\int \left(\frac{x^2 + 4}{x^2 - 1} + 5 \cos x\right) dx$ $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt{\sin^2 x + 4}}$ $\int \frac{(x + 1)dx}{x^2 - 8x + 15}$ $\int \frac{\arcsin \frac{x}{2} dx}{\sqrt{2 - x}}$ $\int \frac{dx}{(x^2 + 1)(x^2 + x)}$ $\int \frac{(\sin x + \sin^3 x) dx}{\cos^2 x}$ 	<p>Вычислить неопределенные интегралы:</p> <ol style="list-style-type: none"> $\int \left(\frac{1}{\sqrt{9 - x^2}} + \frac{5}{x^2 + 36}\right) dx$ $\int \frac{\arctg x dx}{1 + x^2}$ $\int \frac{xdx}{\sqrt{5 + 4x - x^2}}$ $\int \ln(x^2 + 1) dx$ $\int \frac{dx}{(x + 1)^2(x^2 + 1)}$ $\int \frac{dx}{2 + \sin x}$

I Найти первообразные для функций:

1. а) $f(x) = 10x$

б) $f(x) = x^2$

в) $f(x) = -\sin(2x)$

г) $f(x) = 5\cos x$

д) $f(x) = 6x^2$

е) $f(x) = 3$

2. а) $f(x) = \cos \frac{x}{2}$;

б) $f(x) = -\frac{3}{\sqrt{x}}$;

в) $f(x) = \sin 7x \cdot \sin 5x$;

г) $f(x) = \frac{1}{x^2} - \frac{3}{x^4} + \frac{5}{x^6}$.

3. Для функции $f(x) = \sin 4x$ найдите ту первообразную, график которой проходит через точку $A\left(\frac{\pi}{12}; \frac{1}{2}\right)$.

II. Вычислите интегралы.

1. $\int_2^3 (1-x)^4 dx$; 2. $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (3\cos x) dx$; 3. $\int_1^2 (2x-5) dx$; 4. $\int_0^1 (x+1)^5 dx$; 5. $\int_0^3 x^2 dx$; 6. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{3}{\cos^2 \frac{x}{2}} dx$;

7. $\int_0^1 (x^2 - 2x + 1) dx$; 8. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{4}{\cos^2 x} dx$; 9. $\int_0^1 (-x^2 - 4x) dx$; 10. $\int_0^{\frac{\pi}{12}} (108 \cos 2x) dx$; 11. $\int_0^1 (40 \cos 2x) dx$;

12. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (3 \sin \frac{1}{2} x) dx$; 13. $\int_1^2 (4x^2 + 2x) dx$; 14. $\int_{-1}^1 (6x^3 - 5x) dx$; 15. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{27}{\cos^2 x} dx$; 16. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \sin x dx$;

17. $\int_{-2}^2 (4-x^2) dx$; 18. $\int_1^4 x^2 dx$; 19. $\int_{-2}^2 (3x^3 - 2x) dx$; 20. $\int_{-3\pi}^0 \cos 3x dx$; 21. $\int_0^{\frac{3\pi}{2}} \left(-\frac{4}{3} \cos \frac{x}{3}\right) dx$; 22. $\int_1^2 (3x^2 + 5) dx$; 23.

$\int_{-1}^2 (3x^2) dx$; 24. $\int_1^2 (3x^2 + 9) dx$; 25. $\int_1^3 2x dx$; 26. $\int_0^2 (x^3 - x) dx$; 27. $\int_2^3 x^2 dx$; 28. $\int_1^3 (3-2x) dx$.

III. Найдите площадь фигур, ограниченной линиями.

1) $y=1-x^3, y=0, x=-1$

2) $y=2+x^3, y=0, x=1, x=0$.

3) $y=\sin x, y=1, x=0, x=\frac{\pi}{4}$

4) $y=\cos x, y=1, x=\frac{\pi}{4}, x=0$

5) $y=x^2-4x+6, y=2, x=4$.

6) $y=\sin x, y=2\sin x, x=\frac{5\pi}{4}, x=0$.

7) $y=\sqrt{x}, y=|x-2|$.

8) $y=x^2, y=\frac{1}{x^2}, y=0, x=2, x \geq 0$.

IV*. Решите уравнения и неравенства:

а) $\int_0^3 (x^2 + 1)dx = y^2 + y$; б) $\int_0^x (y + 3)dy \geq -7x$.

**Практическое занятие 36.
Вычисление определенных интегралов
Вариант 1**

Вычислить определенный интеграл:

1) $\int_1^2 (x^2 - 3x)dx$; 2) $\int_{-1}^1 \frac{x^2 - 4}{x - 2} dx$; 3) $\int_0^{25} \left(x - \frac{2}{\sqrt{x}}\right) dx$; 4) $\int_1^3 (3x + 5x^2 - 4)dx$; 5) $\int_1^2 \frac{5dx}{3x - 1}$;
6) $\int_{-2}^5 (x^3 - 4x)dx$; 7) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x dx$; 8) $\int_{2.5}^4 e^{2x-5} dx$; 9) $\int_1^3 x(x^2 - 4)^3 dx$; 10) $\int_0^1 \frac{2x dx}{\sqrt{3x^2 + 1}}$;

Вариант 2

Вычислить определенный интеграл:

1) $\int_1^2 (2x^2 - 5x)dx$; 2) $\int_{-1}^1 \frac{x^2 - 9}{x + 3} dx$; 3) $\int_0^{16} \left(2x - \frac{4}{3\sqrt{x}}\right) dx$; 4) $\int_0^3 (4x^3 + 3x^2 - 4)dx$; 5) $\int_1^2 \frac{5dx}{3x - 3}$;
6) $\int_{-1}^3 (2x^3 - 4x + 1)dx$; 7) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$; 8) $\int_1^4 e^{2x-1} dx$; 9) $\int_1^3 2x(x^2 - 3)^3 dx$; 10) $\int_0^1 \frac{6x dx}{\sqrt{3x^2 + 1}}$;

Вариант 3

Вычислить определенный интеграл:

1) $\int_1^2 (3x^2 - 5x)dx$; 2) $\int_1^2 \frac{x^2 - 16}{x - 4} dx$; 3) $\int_0^9 \left(3x - \frac{5}{\sqrt{x}}\right) dx$; 4) $\int_0^3 (3 + 5x^2 - 4x^3)dx$; 5) $\int_1^2 \frac{4dx}{2x - 1}$;
6) $\int_{-2}^5 4(x^3 - 6x)dx$; 7) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$; 8) $\int_5^6 e^{x-5} dx$; 9) $\int_1^2 3x(2x^2 - 3)^3 dx$; 10) $\int_0^1 \frac{12x dx}{\sqrt{3x^2 + 2}}$;

**Практическая работа № 37.
Вычисление физических величин с помощью определенного интеграла**

1 Вариант

1. Вычислить работу, которую необходимо затратить на выкачивание воды из резервуара.

а) Правильная четырехугольная пирамида со стороной основания 2 и высотой 5 м.

б) Усеченный конус, у которого радиус верхнего основания 3 м, нижнего – 1 м, высота 3 м.

2. Найти путь, пройденный материальной точкой за указанное время t (с) с начала движения при заданном выражении для скорости $V(t)$ (м/с).

а) $V = 2t^2 - t + 3, t = 5$;

б) $V = 3t^2 + 5t - 2, t = 4$.

2 Вариант

1. Вычислить работу, которую необходимо затратить на выкачивание воды из резервуара.

а) Конус, обращенный вершиной вниз. Радиус основания конуса 3 м, высота 5 м.

б) Правильная четырехугольная пирамида со стороной основания 2 м и высотой 6 м, обращенной вершиной вниз.

2. Найти путь, пройденный материальной точкой за указанное время t (с) с начала движения при заданном выражении для скорости $V(t)$ (м/с).

а) $V = t^2 + 6t + 2, t = 4;$

б) $V = 7t^2 + 4t, t = 2.$

3 Вариант

1. Вычислить работу, которую необходимо затратить на выкачивание воды из резервуара.

а) Правильная четырехугольная усеченная пирамида со стороной верхнего основания 2 м, нижнего 4 м и высотой 1 м.

б) Правильная шестиугольная пирамида со стороной основания 1 м и высотой 2 м.

2. Найти путь, пройденный материальной точкой за указанное время t (с) с начала движения при заданном выражении для скорости $V(t)$ (м/с).

а) $V = 4t^2 + 7t, t = 2;$

б) $V = 3t^2 - 3t - 1, t = 2.$

4 Вариант

1. Вычислить работу, которую необходимо затратить на выкачивание воды из резервуара.

а) Правильная шестиугольная пирамида, обращенная вершиной вниз. Сторона основания 2 м и высота 6 м.

б) Цилиндр, радиус основания которого 1 м, высота 3 м.

2. Найти путь, пройденный материальной точкой за указанное время t (с) с начала движения при заданном выражении для скорости $V(t)$ (м/с).

а) $V = t^2 + 2t - 1, t = 4;$

б) $V = 4t^2 + 2t + 1, t = 2.$

5 Вариант

1. Вычислить работу, которую необходимо затратить на выкачивание воды из резервуара.

а) Правильная шестиугольная усеченная пирамида со стороной верхнего основания 1 м, нижнего 2 м и высотой 2 м.

б) Правильная шестиугольная усеченная пирамида со стороной верхнего основания 2 м, нижнего – 1 м и высотой 2 м.

2. Найти путь, пройденный материальной точкой за указанное время t (с) с начала движения при заданном выражении для скорости $V(t)$ (м/с).

а) $V = t^2 + 2t - 8, t = 3;$

б) $V = 2t^2 + 2t - 5, t = 3.$

Вопросы для устного опроса

1. Что такое первообразная функции?
2. Таблица первообразных функции.
3. Верно ли высказывание: «Первообразная суммы функций равна сумме их первообразных»?
4. Верно ли высказывание: «Первообразная произведения функций равна произведению их первообразных»?
5. Что называется криволинейной трапецией?
6. Что называется определенным интегралом?
7. В чём геометрический смысл определённого интеграла?
8. Запишите формулу Ньютона-Лейбница.
9. Простейшие дифференциальные уравнения.

Практическая работа № 38.

Вычисление площадей с помощью определенного интеграла

Вариант 1	Вариант 2
-----------	-----------

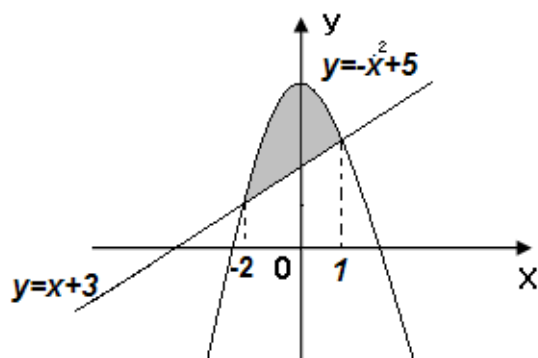
1. Вычислите определенные интегралы:

$$\int_{-1}^0 (x^3 + 2x) dx$$

$$\int_4^5 (4 - x)^3 dx$$

2. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = -3x^2$, $y = 0$, $x = 1$ и $x = 2$.

3. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями



Вариант 3

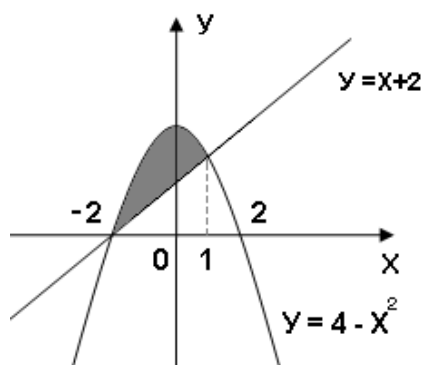
1. Вычислите определенные интегралы:

$$\int_{-1}^3 (4x^3 - 6x^2 - 4x + 3) dx$$

$$\int_1^8 (x^3 - \sqrt[3]{x^2}) dx$$

2. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^3$, $y = 0$, $x = -2$ и $x = 2$.

3. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями



Вариант 5

1. Вычислите определенные интегралы:

$$\int_1^8 \sqrt[3]{x^2} dx$$

$$\int_0^3 (3 + 2x)^3 dx$$

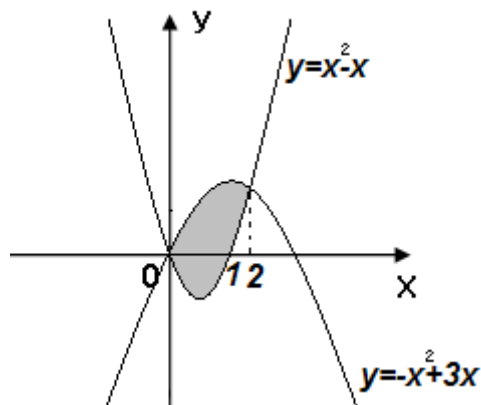
1. Вычислите определенные интегралы:

$$\int_{-2}^3 (4x^3 - 3x^2 + 2x + 1) dx$$

$$\int_{-1}^2 \left(\frac{4}{3}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + 5 \right) dx$$

2. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 4$ и $y = 0$.

3. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями



Вариант 4

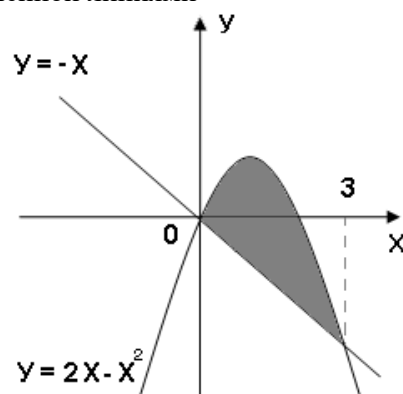
1. Вычислите определенные интегралы:

$$\int_1^4 \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx$$

$$\int_{-1}^2 (x^2 + 2x + 1) dx$$

2. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = -x^2 - 1$, $y = 0$, $x = -2$ и $x = 1$.

3. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями

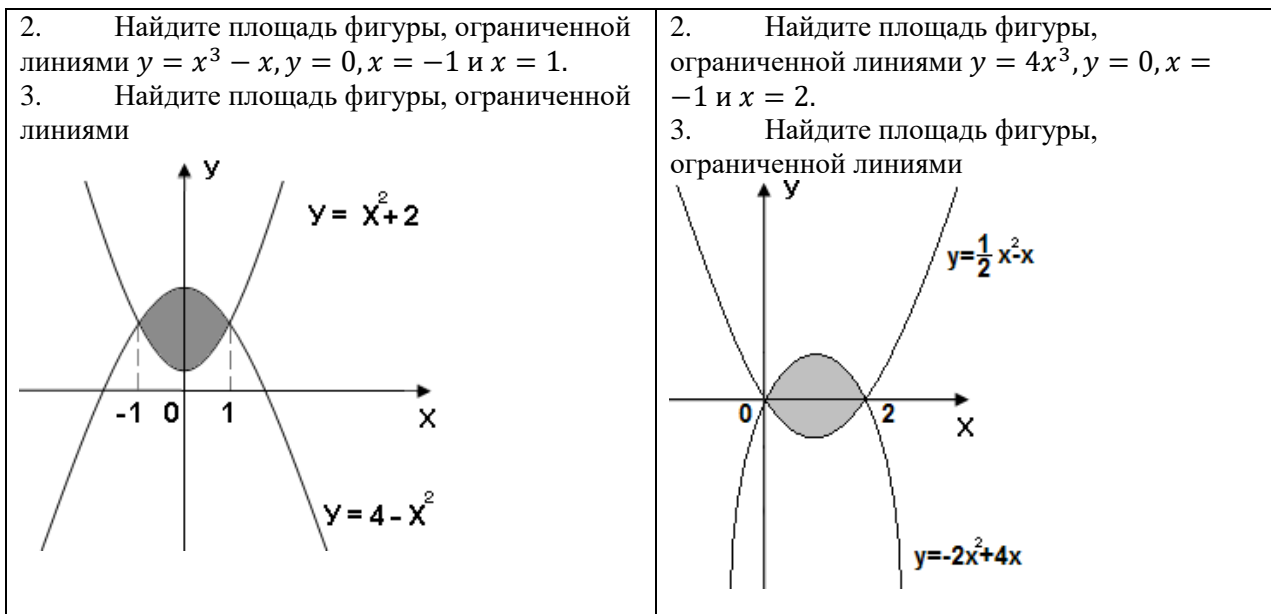


Вариант 6

1. Вычислите определенные интегралы:

$$\int_8^{27} \frac{dx}{\sqrt[3]{x}}$$

$$\int_{-2}^2 (x^3 + 2x + 5) dx$$



Домашняя контрольная работа №27.
Определенный интеграл и его приложения

1 вариант	2 вариант
№1. Найдите общий вид первообразных :	№1. Найдите общий вид первообразных :
а). $f(x) = 3x^4 + x + 1$	а). $f(x) = -3x^3 - x + 1$
б). $f(x) = 5\sin x - \frac{4}{\sin^2 x}$ в). $f(x) = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x}$	б). $f(x) = \frac{6}{\sin^2 x} - 5\sin x$ в). $f(x) = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3}$
№2. Найдите неопределенный интеграл :	№2. Найдите неопределенный интеграл :
а). $\int \frac{5}{\sin^2 x} dx$ б). $\int \frac{x^3 - 3x^2 + x}{x^3} dx$ в). $\int e^x dx$	а). $\int \frac{7}{3\cos^2 x} dx$ б). $\int \frac{8x^3 - x^2 + x}{x^3} dx$ в). $\int e^{4x} dx$
№3. Вычислите определенный интеграл :	№3. Вычислите определенный интеграл :
а). $\int_0^{\pi/2} 4 \sin x dx$ б). $\int_{-1}^1 (4x^3 + 3x) dx$	а). $\int_0^{\pi/2} 3 \sin x dx$ б). $\int_{-2}^2 (x^3 - x) dx$
в). $\int_1^2 (3x^3 + 4x) dx$ г). $\int_0^{\pi/4} \frac{4}{\sin^2 x} dx$	в). $\int_1^2 (3x^4 + 7) dx$ г). $\int_0^{\pi/4} -\frac{2}{\cos^2 x} dx$
д). $\int_0^1 (4x - 2)^5 dx$	д). $\int_0^1 (6x - 1)^4 dx$
№4. Найдите S фигуры, ограниченной линиями : $y = x^2 - 5x, y = x$	№4. Найдите S фигуры, ограниченной линиями : $y = 2x - x^2, y = -x$
№5. С помощью неопределенного интеграла найдите $v(t), s(t)$, если $a(t) = 2t - 2$ м/с ² $t = 2$ с, $v = 4$ м/с, $s = 5$ м	№5. С помощью неопределенного интеграла найдите $v(t), s(t)$, если $a(t) = 2t - 3$ м/с ² $t = 2$ с, $v = 4$ м/с, $s = 10\frac{1}{6}$ м

3 вариант	4 вариант
№1. Найдите общий вид первообразных :	№1. Найдите общий вид первообразных :
а). $f(x) = 5x^4 - 2x + 3$	а). $f(x) = 4x^3 + 6x - 2$

б). $f(x) = 2\cos x - \frac{1}{\sin^2 x}$ в). $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^4}$	б). $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x} - 3\sin x$ в). $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^3}$
№2. Найдите неопределенный интеграл :	№2. Найдите неопределенный интеграл :
а). $\int \frac{8}{\sin^2 x} dx$ б). $\int \frac{6x^3 - 5x^2 + 2x}{x} dx$ в). $\int e^{3x} dx$	а). $\int \frac{8}{\cos^2 x} dx$ б). $\int \frac{5x^3 - 4x^2 + 3x}{x} dx$ в). $\int e^{4x} dx$
№3. Вычислите определенный интеграл :	№3. Вычислите определенный интеграл :
а). $\int_0^{\pi/2} 3 \cos x dx$ б). $\int_{-1}^1 (6x^3 - 5x) dx$	а). $\int_0^{\pi/2} 2 \sin x dx$ б). $\int_{-2}^2 (3x^3 - 2x) dx$
в). $\int_1^2 (3x^2 + 5) dx$ г). $\int_0^{\pi/4} \frac{4}{\cos^2 x} dx$	в). $\int_1^2 (3x^2 + 9) dx$ г). $\int_0^{\pi/4} \frac{27}{\cos^2 x} dx$
д). $\int_0^1 (4x - 2)^5 dx$	д). $\int_0^1 (5x - 3)^4 dx$
№4. Найдите S фигуры, ограниченной линиями : $y = 2x - x^2$, $y = x$	№4. Найдите S фигуры, ограниченной линиями : $y = x^2 - 3x$, $y = -x$
№5. С помощью неопределенного интеграла найдите $v(t)$, $s(t)$, если $a(t) = 3t - 2$ м/с ² $t = 2$ с, $v = 6$ м/с, $s = 10$ м	№5. С помощью неопределенного интеграла найдите $v(t)$, $s(t)$, если $a(t) = 4t - 1$ м/с ² $t = 1$ с, $v = 5$ м/с, $s = 10\frac{1}{6}$ м

Раздел 2. Геометрия

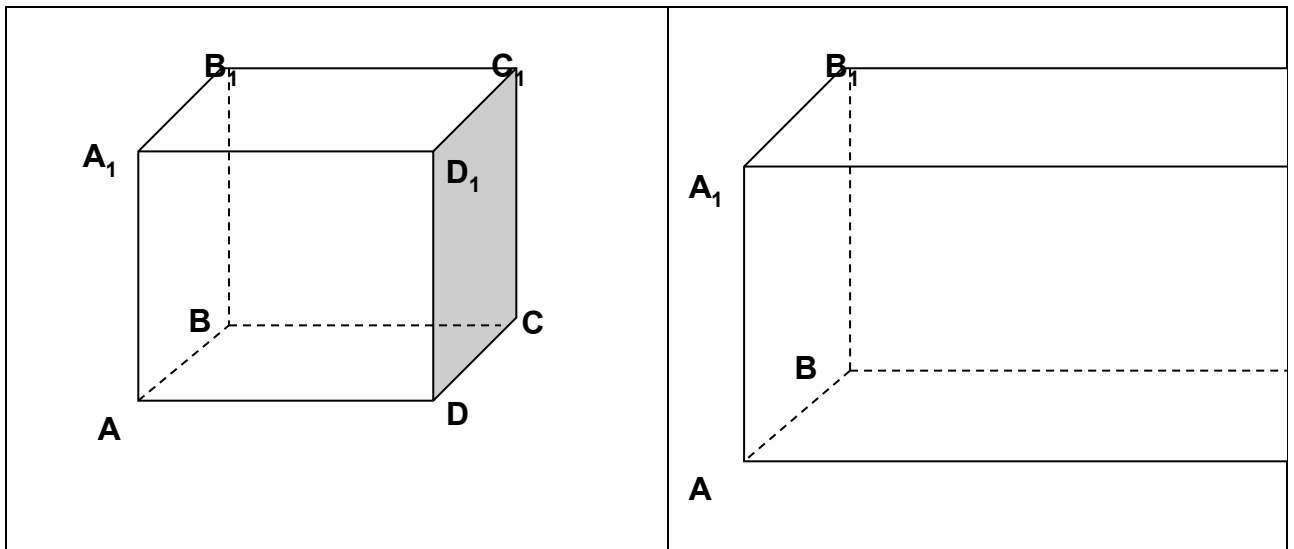
Тема 8. Прямые и плоскости в пространстве

Практическая работа 39.

Определение взаимного расположения прямых, прямой и плоскости и плоскостей в пространстве

1 Вариант	2 Вариант
<p>1. Продолжите аксиому: Если две точки прямой лежат в плоскости, то ...</p> <p>2. Дайте определение двух параллельных прямых в пространстве.</p> <p>3. Перечислите ТРИ случая взаимного расположения прямой и плоскости в пространстве, проиллюстрируйте их.</p> <p>4. Дайте определение скрещивающихся прямых.</p> <p>5. Докажите теорему и сделайте рисунок к ней. Через каждую из двух скрещивающихся прямых проходит плоскость, параллельная другой прямой, и притом только одна.</p> <p>6. Даны прямоугольник ABCD и трапеция ВСЕК с основанием ЕК, не лежащие в одной плоскости. Выясните взаимное расположение прямых ЕК и AD.</p> <p>7. Сформулируйте определение параллельных прямых в пространстве.</p> <p>8. Перечислите прямые, параллельные а) AD б) BB_1 в) BD</p>	<p>1. Продолжите аксиому: Через любые три точки, ...</p> <p>2. Дайте определение параллельности прямой и плоскости.</p> <p>3. Перечислите ТРИ случая взаимного расположения двух прямых в пространстве, проиллюстрируйте их.</p> <p>4. Дайте определение скрещивающихся прямых.</p> <p>5. Докажите теорему и сделайте рисунок к ней. Если одна из двух прямых лежит в некоторой плоскости, а другая прямая пересекает эту плоскость в точке, не лежащей на первой прямой, то эти прямые скрещивающиеся.</p> <p>6. Даны параллелограмм ABCD и прямоугольник ВСЕК, не лежащие в одной плоскости. Выясните взаимное расположение прямых ЕК и AD.</p> <p>7. Сформулируйте определение параллельных прямых в пространстве.</p> <p>8. Перечислите прямые, параллельные а) AB б) CC_1 в) AD_1</p>

	
<p>3 Вариант</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Продолжите теорему: Через прямую и не лежащую на ней точку ... 2. Дайте определение параллельности прямой и плоскости. 3. Перечислите ТРИ случая взаимного расположения двух прямых в пространстве, проиллюстрируйте их. 4. Дайте определение скрещивающихся прямых. 5. Докажите теорему и сделайте рисунок к ней. Через каждую из двух скрещивающихся прямых проходит плоскость, параллельная другой прямой, и притом только одна. 6. Даны прямоугольник ABCD и трапеция ВСЕК с основанием ЕК, не лежащие в одной плоскости. Выясните взаимное расположение прямых ЕК и AD. 7. Сформулируйте определение параллельности прямой и плоскости. 8. Укажите плоскости, параллельные прямой а) АВ б) DD₁ в) B₁C 	<p>4 Вариант</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Продолжите теорему: Через две пересекающиеся прямые ... 2. Дайте определение двух параллельных прямых в пространстве. 3. Перечислите ТРИ случая взаимного расположения прямой и плоскости в пространстве, проиллюстрируйте их. 4. Дайте определение скрещивающихся прямых. 5. Докажите теорему и сделайте рисунок к ней. Если одна из двух прямых лежит в некоторой плоскости, а другая прямая пересекает эту плоскость точке, не лежащей на первой прямой, то эти прямые скрещивающиеся. 6. Даны параллелограмм ABCD и прямоугольник ВСЕК, не лежащие в одной плоскости. Выясните взаимное расположение прямых ЕК и AD. 7. Сформулируйте признак параллельности прямых в пространстве. 8. Укажите плоскости, параллельные прямой: а) ВС б) BB₁ в) BD



Домашняя работа №28.

Взаимное расположение прямых, прямой и плоскости, плоскостей

1 Вариант

1. Плоскость, параллельная стороне AC треугольника ABC , пересекает стороны AB и BC в точках A_1 и C_1 соответственно. Найдите длину отрезка A_1C_1 , если $AC = 15$ см и $AB : AA_1 = 10 : 3$.

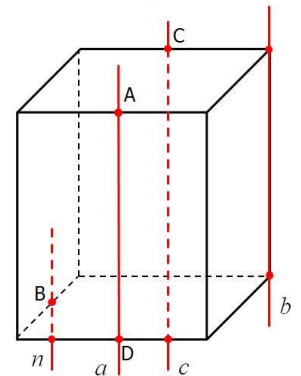
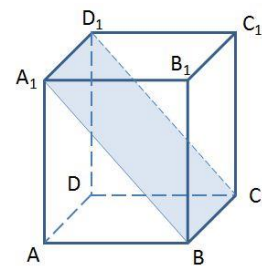
2. Точка O не лежит в плоскости параллелограмма $ABCD$. Как расположены прямые AB и p , проходящая через середины отрезков OC и OD ? Найдите угол между прямыми p и BC , если угол BAD равен 130° .

3. Выберите **верные** высказывания:

- 1) Любые три точки лежат в одной плоскости.
- 2) Если центр окружности и ее точка лежат в плоскости, то и вся окружность лежит в этой плоскости.
- 3) Через три точки, лежащие на прямой, проходит только одна плоскость.
- 4) Через две пересекающиеся прямые проходит плоскость, и притом только одна.

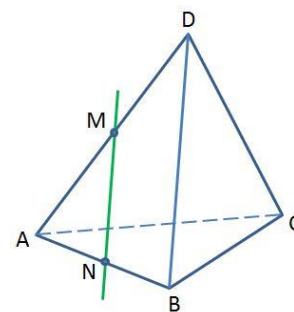
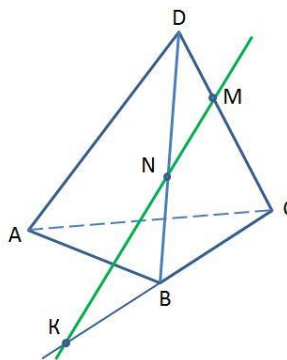
4. Назовите прямую, по которой пересекаются плоскости A_1BC и A_1AD (рисунок).

- | | |
|-----------|-------------|
| 1) DC | 2) A_1D_1 |
| 3) D_1D | 4) D_1C |



5. Точки A, B, C и D – середины ребер прямоугольного параллелепипеда. Назовите параллельные прямые.

- 1) $a \parallel n$ 2) $a \parallel b$
 3) $b \parallel c$ 4) $a \parallel c$



2 Вариант

- Плоскость, параллельная стороне BC треугольника ABC, пересекает стороны AB и AC в точках B_1 и C_1 соответственно. Найдите длину отрезка B_1C_1 , если $BC = 16$ см и $CC_1 : C_1A = 3 : 5$.
- Точка O не принадлежит плоскости равнобедренной трапеции KMPT ($KT \parallel MP$). Как расположены прямые, одна из которых содержит среднюю линию трапеции, а другая – середины отрезков OM и OP? Найдите угол между прямой MK и прямой, содержащей середины отрезков OM и OP, если угол MPT равен 110° .
- Выберите **неверные** высказывания:
 - Если три прямые имеют общую точку, то они лежат в одной плоскости.
 - Прямая, пересекающая две стороны треугольника, лежит в плоскости этого треугольника.
 - Две плоскости могут иметь только две общие точки.
 - Три попарно пересекающиеся в разных точках прямые, лежат в одной плоскости.
- Каким плоскостям принадлежит точка K?

- ABC и ABD
- ABD и BCD
- ACD и ABD
- ABC и BCD

5. В тетраэдре DABC $AM = MD$, $AN = NB$. Плоскости какой грани параллельна прямая MN?

- 1) DAB 2) DBC 3) DAC 4) ABC

3 Вариант

- Плоскость, параллельная стороне AC треугольника ABC, пересекает стороны AB и BC в точках A_1 и C_1 соответственно. Найдите длину отрезка A_1C_1 , если $AC = 15$ см и $AB : AA_1 = 10 : 3$.
- Точка O не лежит в плоскости параллелограмма ABCD. Как расположены прямые AB и p, проходящая через середины отрезков OC и OD? Найдите угол между прямыми p и BC, если угол BAD равен 130° .
- Выберите **верные** высказывания:
 - Любые четыре точки лежат в одной плоскости.

- 2) Через прямую и не лежащую на ней точку проходит только одна плоскость.
- 3) Если три точки окружности лежат в плоскости, то и вся окружность лежит в этой плоскости.
- 4) Две плоскости могут иметь только одну общую точку.
4. Точки М, Р, К – середины ребер DA, DB, DC тетраэдра DABC. Назовите прямую, параллельную плоскости FBC.
- 1) MP 2) PK 3) МК 4) МК и РК

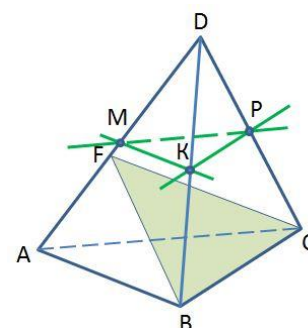
5. Назовите прямую, по которой пересекаются плоскости ABC и C_1CB (рисунок).

- 1) BC 2) B_1C_1
 3) A_1B 4) B_1B

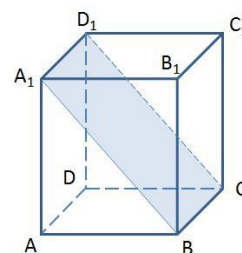
Домашняя контрольная работа №29.

Перпендикуляр. Наклонная

Вариант-1



- Изобразите куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Пользуясь изображением куба, запишите ребра куба, перпендикулярные ребру AA_1 и пересекающие его.
- Из точки А к плоскости α проведена наклонная АВ. Найти длину проекции этой наклонной на плоскость α , если $AB=26$ см, а точка А удалена от плоскости α на 10 см.
- Из точки А, взятой вне плоскости α , проведены к ней две наклонные, длины которых равны 10 и 17 см. Разность проекций этих наклонных на плоскость α равна 9 см. Найдите проекции наклонных.
- Расстояние от точки М до всех вершин квадрата равно 10 см. Найдите расстояние от точки М до плоскости квадрата, если диагональ квадрата равна 12 см.



Вариант-2

- Изобразите прямоугольный параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Пользуясь его изображением, запишите грани параллелепипеда, перпендикулярные ребру AA_1 .
- Из точки М к плоскости α проведена наклонная MN. Найти длину наклонной, если длина её проекции на плоскость α равна 8 см, а точка М удалена от плоскости α на 6 см.
- Из точки А, взятой вне плоскости α , проведены к ней две наклонные. Найдите длины наклонных, если одна из них на 13 см больше другой, а проекции наклонных на плоскость α равны 6 и 20 см.
- Расстояния от точки S до всех вершин правильного треугольника равны по 5 см, а до плоскости треугольника - 3 см. Найдите высоту треугольника.

Вариант-3

1. Изобразите куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Пользуясь изображением куба, запишите ребра куба, перпендикулярные грани $ABCD$
2. Из точки A к плоскости α проведена наклонная AB . Найти расстояние от точки A до плоскости α , если $AB=17$ см, а длина проекции AB на плоскость α равна 8 см.
3. Из точки A , взятой вне плоскости α , проведены к ней две наклонные, длины проекций которых равны 2 и 14 см, а наклонные относятся как 1:2. Найдите длины наклонных.
4. Расстояния от точки M до всех вершин квадрата равны по 13 см, а до плоскости квадрата – 12 см. Найдите диагональ квадрата.

Вопросы для устного опроса

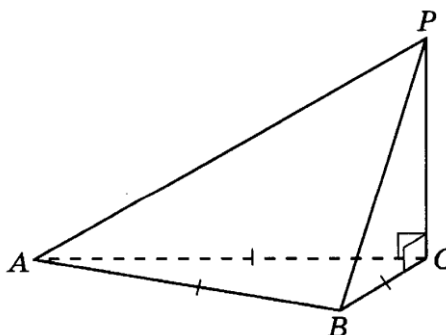
1. Перечислите аксиомы стереометрии.
2. Взаимное расположение прямых в пространстве.
3. Определение параллельных плоскостей.
4. Признак параллельности двух плоскостей (доказательство).
5. Свойство параллельных плоскостей.
6. Две прямые в пространстве называются перпендикулярными, если....
7. Если две прямые перпендикулярны к плоскости, то...
8. Сформулируйте и докажите признак перпендикулярности прямой и плоскости.
9. Лемма перпендикулярности прямых.
10. Что называют углом между прямой и плоскостью?
11. Дайте определение двугранного угла.
12. Как измеряется двугранный угол?

Практическая работа № 40.

Параллельное проектирование. Изображение пространственных фигур

Вариант 1

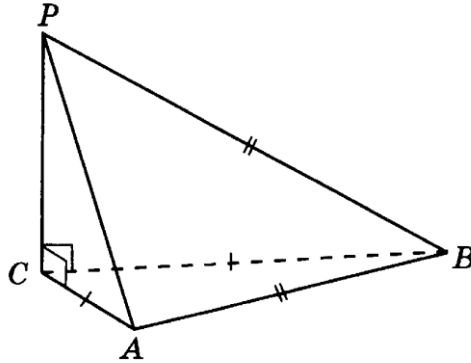
1. а) Какое из утверждений верно: треугольник APB – равнобедренный; треугольник APB – равносторонний?
б) Изобразите среднюю линию треугольника APB , параллельную AB .
в) Изобразите высоту треугольника ABC , проведенную из вершины C .



2. Построить изображение правильного восьмиугольника в параллельной проекции.
3. Построить изображение шара, вписанного в правильный тетраэдр.

Вариант 2

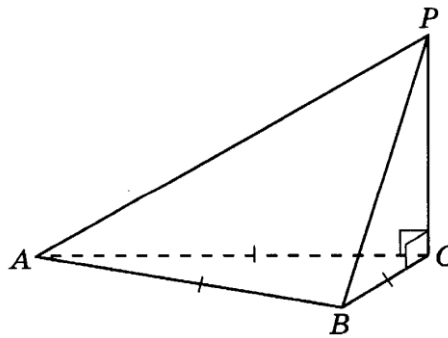
- а) Какое из утверждений верно: треугольник APB – разносторонний; треугольник APB – равнобедренный; треугольник APB – равносторонний?
б) Изобразите среднюю линию треугольника APB , параллельную AB .
в) Изобразите высоту треугольника ABC , проведенную из вершины C .



- Построить изображение правильного шестиугольника в параллельной проекции.
- Построить изображение правильной треугольной призмы, описанной около сферы.

Вариант 3

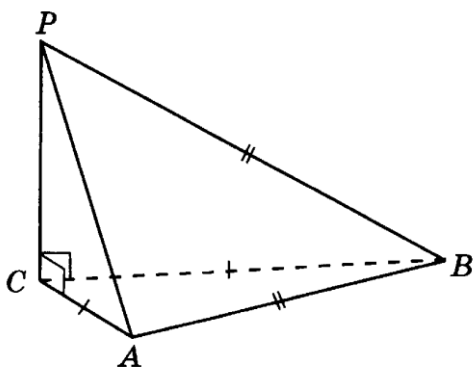
- а) Какое из утверждений верно: треугольник APB – разносторонний; треугольник APB – равнобедренный; треугольник APB – равносторонний?
б) Изобразите среднюю линию треугольника APB , параллельную AB .
в) Изобразите высоту треугольника ABC , проведенную из вершины C .



- Построить изображение правильного восьмиугольника в параллельной проекции.
- Построить изображение шара, вписанного в правильный тетраэдр.

Вариант 4

- а) Какое из утверждений верно: треугольник APB – разносторонний; треугольник APB – равнобедренный; треугольник APB – равносторонний?
б) Изобразите среднюю линию треугольника APB , параллельную AB .
в) Изобразите высоту треугольника ABC , проведенную из вершины C .



4. Построить изображение правильного шестиугольника в параллельной проекции.
5. Построить изображение правильной треугольной призмы, описанной около сферы.

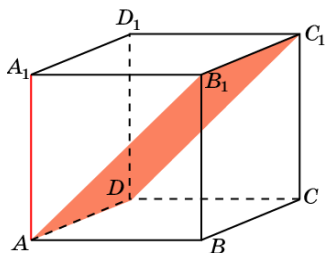
Практическая работа № 41.

Нахождение угла между прямой и плоскостью, между плоскостями

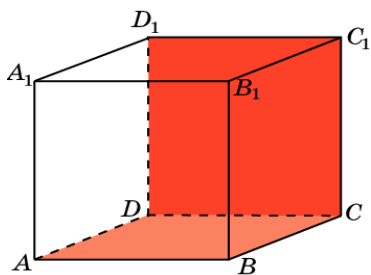
Вариант 1

Из вершины A квадрата $ABCD$ перпендикулярно его плоскости проведен отрезок AK , равный 3. Из точки K опущены перпендикуляры на стороны BC и CD . Перпендикуляр из точки K к стороне BC равен 6. Найдите углы, которые образуют эти перпендикуляры с плоскостью квадрата.

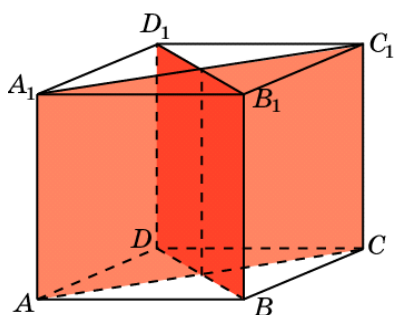
1. В кубе $A \dots D_1$ найдите угол между прямой AA_1 и плоскостью AB_1C_1 .



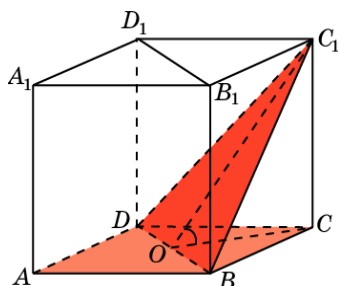
2. В кубе $A \dots D_1$ найдите угол между плоскостями ABC и CDD_1 .



3. В кубе $A \dots D_1$ найдите угол между плоскостями ACC_1 и BDD_1 .

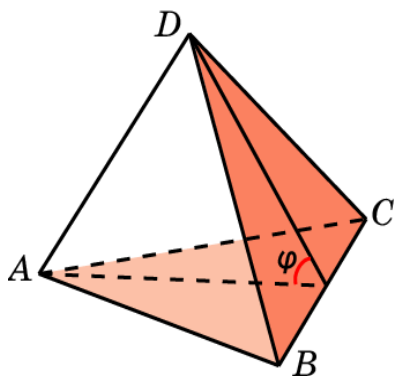


4. В кубе $A...D_1$ найдите угол между плоскостями ABC и BC_1D .

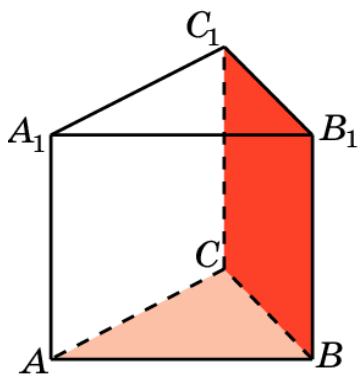


Вариант 2

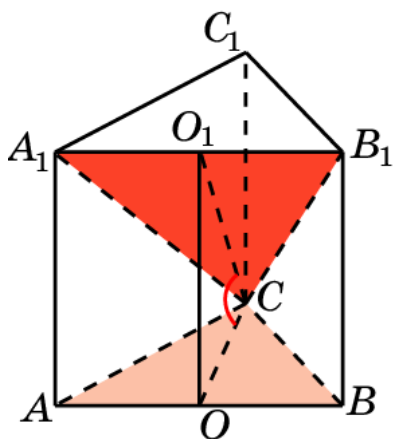
1. В тетраэдре $ABCD$, ребра которого равны 1, найдите угол между плоскостями ABC и BCD .



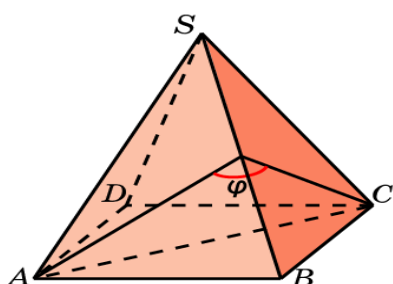
2. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, найдите угол между плоскостями ABC и BB_1C_1 .



3. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, найдите угол между плоскостями ABC и A_1B_1C .



4. В правильной пирамиде $SABCD$, все ребра которой равны 1, найдите двугранный угол, образованный гранями SAB и SBC .



Практическая работа № 42. Параллельный перенос, симметрия относительно плоскости

Вариант 1

1. Докажите, что при центральной симметрии плоскость, не проходящая через центр симметрии, отображается на параллельную ей плоскость.
2. Докажите, что при осевой симметрии прямая, параллельная оси, отображается на прямую, параллельную оси.
3. При зеркальной симметрии прямая a отображается на прямую a_1 . Докажите, что прямые a и a_1 лежат в одной плоскости.

Вариант 2

1. Докажите, что при центральной симметрии плоскость, не проходящая через центр симметрии, отображается на себя.
2. Докажите, что при осевой симметрии прямая, образующая с осью угол ϕ , отображается на прямую, также образующую с осью угол ϕ .
3. Докажите, что при движении прямая отображается на прямую.

Зачет по теме: Перпендикулярность, параллельность прямых и плоскостей

1. Определение перпендикулярных прямых.
2. Лемма о перпендикулярности двух параллельных прямых к третьей.
3. Определение прямой, перпендикулярной плоскости.

4. Теоремы, устанавливающие связь между параллельностью прямых и их перпендикулярности к плоскости.
5. Признак перпендикулярности прямой и плоскости.
6. Определение расстояния от точки до плоскости, расстояния между параллельными плоскостями, расстояния между прямой и параллельной плоскостью, расстояния между скрещивающимися прямыми.
7. Теорема о трех перпендикулярах.
8. Угол между прямой и плоскостью.
9. Двугранный угол.
10. Определение перпендикулярности двух плоскостей.
11. Признак перпендикулярности двух плоскостей.
12. Теорема о диагонали прямоугольного параллелепипеда.

Тема 9. Многогранники и круглые тела

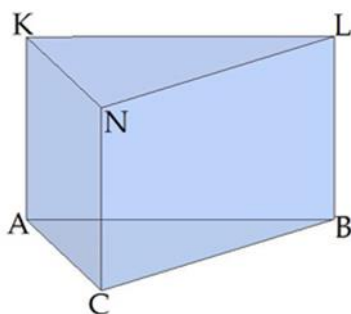
Тема 9.1. Многогранники

Практическая работа № 43.

Решение простейших стереометрических задач на нахождение геометрических величин в призме, пирамиде

Вариант 1

1. Диагональ прямоугольного параллелепипеда с плоскостью основания образует угол 45° , стороны основания равны 15 и 20 см. Найдите высоту параллелепипеда.
2. Основанием прямой призмы $ABCKLN$ является равнобедренный треугольник. Площадь грани $AKLB$ равна $463\sqrt{3}\text{см}^2$, угол $ACB=120^\circ$, $AC=CB=18$ см. Найдите площадь основания и высоту призмы.



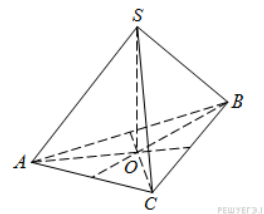
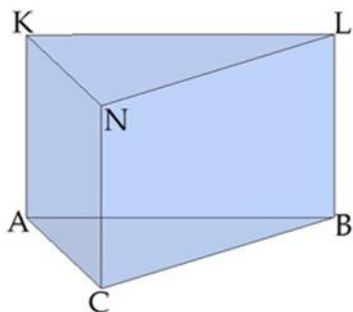
3. В правильной треугольной пирамиде боковое ребро с плоскостью основания образует угол 45° . Высота пирамиды равна 18 см. Найдите площадь основания пирамиды.

Вариант 2

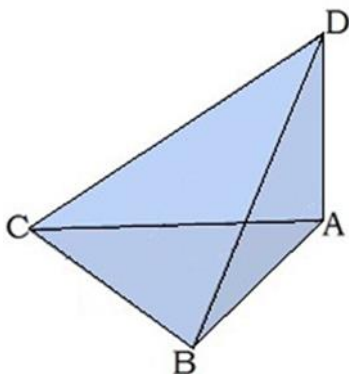
1. В основании прямой призмы лежит ромб с острым углом 60° и стороной 8 см. Найдите меньшую диагональ призмы, если ее боковое ребро равно 6 см.
2. Высота правильной четырехугольной пирамиды 4 см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды, если двугранный угол при основании равен 45° .
3. В основании прямой призмы лежит ромб с большей диагональю равной $6\sqrt{3}$ см. Большая диагональ призмы образует с плоскостью основания угол 30° , а меньшая – угол 45° . Найдите сторону основания призмы.

Вариант 3

1. Диагональ правильной четырёхугольной призмы равна 10 см и образует с боковой гранью угол 30° . Найдите площадь основания призмы.
2. Основанием прямой треугольной призмы является прямоугольный треугольник с катетами 8 см и 15 см. Площадь большей боковой грани равна 102 см². Найдите высоту призмы.



3. Дана треугольная пирамида $DABC$. Известно, что ребро DA перпендикулярно плоскости ABC , треугольник ABC — равносторонний, $AD=4$ и $AB=6$. Найдите тангенс двугранного угла при ребре BC .



Вариант 4

1. В основании прямой призмы лежит ромб с острым углом 60° и стороной 6 см. Найдите меньшую диагональ призмы, если ее боковое ребро равно 8 см.
2. Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды 10 см, а двугранный угол при основании равен 60° . Найдите площадь полной поверхности.
3. В основании прямой призмы лежит ромб. Большая диагональ призмы равна 12 см и наклонена к плоскости основания под углом 30° , а меньшая образует с боковым ребром угол 45° . Найдите сторону основания призмы

Домашняя контрольная работа №30.

Решение простейших стереометрических задач многогранниками

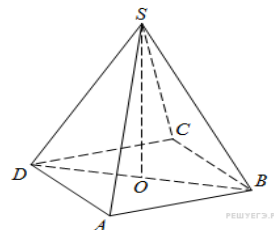
Вариант 1

1. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ медианы основания ABC пересекаются в точке O . Площадь треугольника ABC равна 9; объем пирамиды равен 6. Найдите длину отрезка OS .

2. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ точка O – центр основания, S – вершина, $SO = 15$, $BD = 16$. Найдите боковое ребро SA .

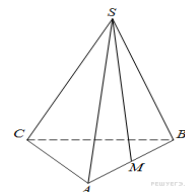
3. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ точка M – середина ребра AB , S – вершина. Известно, что $BC=3$, а площадь боковой поверхности пирамиды равна 45. Найдите длину отрезка SM .

4. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ точка O – центр основания, S – вершина, $SO = 4$, $AC = 6$. Найдите боковое ребро SC .



Вариант 2

1. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ медианы основания ABC пересекаются в точке O . Площадь треугольника ABC равна 2; объем пирамиды равен 6. Найдите длину отрезка OS .



2. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ точка O – центр основания, S – вершина, $SB=13$, $AC=24$. Найдите длину отрезка SO .

3. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ точка L – середина ребра AC , S – вершина. Известно, что $BC = 6$, а $SL = 5$. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

4. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ точка O – центр основания, S – вершина, $SC = 5$, $AC = 6$. Найдите длину отрезка SO .

Вопросы для устного опроса

1. Определение многогранника.
2. Продолжить: геометрическая фигура, образованная многоугольником и точкой, не лежащей в плоскости, содержащей этот многоугольник, соединенной со всеми вершинами многоугольника называется...
3. Определение гексаэдра.
4. Что является Основанием правильной четырёхугольной пирамиды.
5. Примером моделей призмы и параллелепипеда из реальной жизни является...

6. Какие многогранники лежат в основании призмы?
7. Что представляет собой диагональное сечение призмы?
8. Какими многоугольниками являются все грани параллелепипеда (любого)?
9. Какими фигурами являются все грани прямоугольного параллелепипеда?
10. Сколько диагоналей у треугольной (четырёхугольной, пятиугольной) призмы?
11. Призма имеет 30 граней. Какой многогранник лежит в ее основании? Сколько вершин и ребер?
12. Сколько плоскостей симметрии имеет: а) правильная четырёхугольная призма, отличная от куба; б) правильная четырёхугольная пирамида; в) правильная треугольная пирамида?

Тема 9.2. Тема и поверхности вращения

Практическая работа № 44.

Цилиндр. Сечения цилиндра плоскостью

Вариант 1

1. Осевым сечением цилиндра является прямоугольник со сторонами a и b см. Вычислить площадь боковой поверхности цилиндра.
2. Осевое сечение цилиндра - квадрат, площадь которого 64 см^2 . Найти объем цилиндра. Высота цилиндра 12 см , а диаметр его основания 10 см . Вычислить площадь полной поверхности цилиндра.
4. В цилиндре на расстоянии 8 см от его оси и параллельно ей проведено сечение, диагональ которого равна 13 см . Вычислить высоту цилиндра, если радиус основания 10 см .

Вариант 2

1. Осевым сечением цилиндра является квадрат со стороной 4 см . Вычислить площадь полной поверхности цилиндра.
2. Осевым сечением цилиндра является квадрат, диагональ которого равна $4\sqrt{2} \text{ см}$. Вычислить объем цилиндра.
3. Площадь основания цилиндра $64\pi \text{ см}^2$, его высота 10 см . Вычислить площадь боковой поверхности цилиндра.
4. В цилиндре на расстоянии 8 см от его оси и параллельно ей проведено сечение, диагональ которого равна 13 см . Вычислить радиус основания цилиндра, если его высота равна 5 см .

Вариант 3

1. Осевым сечением цилиндра является квадрат, диагональ которого 8 см . Вычислить площадь боковой поверхности цилиндра.
2. Длина окружности основания цилиндра равна $12\pi \text{ см}$, его высота равна 10 см . Вычислить объем и площадь полной поверхности цилиндра.
3. Осевое сечение цилиндра - квадрат, площадь которого 64 см^2 . Найти объем цилиндра.
4. В цилиндре параллельно его оси проведено сечение, диагональ которого 17 см . Высота цилиндра 15 см , а радиус основания 5 см . На каком расстоянии от оси проведено это сечение?

Вариант 4

1. Площадь основания цилиндра $64\pi \text{ см}^2$, его высота 10 см . Вычислить площадь боковой поверхности цилиндра.
2. Осевым сечением цилиндра является квадрат, площадь которого равна 64 см^2 . Вычислить площадь боковой поверхности цилиндра.
3. Осевым сечением цилиндра является квадрат, диагональ которого 8 см . Вычислить площадь боковой поверхности цилиндра.
4. В цилиндре параллельно его оси и на расстоянии 8 см от нее проведено сечение, площадь которого 120 см^2 . Вычислить высоту цилиндра, если его радиус 10 см .

Вопросы для устного опроса

1. Определение усечённого конуса.
2. Что является осевым сечением конуса.

3. Определение образующей усечённого конуса.
4. Определение высоты усечённого конуса.
5. Конус называется прямым, если...
6. Отрезки, соединяющие вершину конуса с точками окружности основания, называются...
7. Сечение конуса плоскостью, проходящей через его вершину, представляет собой...

Практическая работа № 45.

Решение задач на нахождение геометрических величин в цилиндре, конусе, шаре

Вариант 1

1. Осевое сечение конуса — правильный треугольник, сторона которого $4\sqrt{3}$ см. Вычислить объем конуса.
2. Площадь основания конуса 30π см², а его образующая 10 см. Вычислить боковую поверхность конуса.
3. Высота цилиндра равна 15 м, а радиус основания 17 м. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

Вариант 2

1. Объем шара равен 972π см³. Найдите его радиус и площадь поверхности шара
2. Площадь основания конуса 25π см², а его образующая 13 см. Вычислить боковую поверхность конуса.
3. Высота цилиндра равна 16 м, а радиус основания 14 м. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

Вариант 3

1. Диаметр шара 50 см. Расстояние от центра шара до секущей плоскости 20 см. Найдите объем шарового сектора.
2. Площадь основания конуса 16π см², а его образующая 10 см. Вычислить боковую поверхность конуса.
3. В основании конуса проведена хорда, длина которой 120 см. Эта хорда удалена от вершины конуса на 80 см. Вычислить радиус основания конуса, если его высота равна 60 см.

Вариант 4

1. Осевое сечение конуса — правильный треугольник, сторона которого $10\sqrt{3}$ см. Вычислить объем конуса.
2. Радиус шара равен 10 см, а радиус его сечения 8 см. Найдите объем получившихся шаровых сегментов.
3. В основании конуса проведена хорда, длина которой 24 см. Эта хорда удалена от вершины конуса на 5 см. Вычислить радиус основания конуса, если его высота равна $4\sqrt{3}$ см.

Домашняя контрольная работа №31.

«Решение простейших стереометрических задач с телами вращения»

Вариант 1	Вариант 2
1. Осевое сечение цилиндра – квадрат, диагональ которого 4 см. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.	1. Осевое сечение цилиндра – квадрат, площадь основания цилиндра равна 16π см ² . Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

<p>2. Радиус основания конуса равен 6 см, а образующая наклонена к плоскости основания под углом 60°. Найдите площадь сечения, проходящего через две образующие, угол между которыми равен 45° и площадь боковой поверхности конуса.</p> <p>3. Диаметр шара равен d. Через конец диаметра проведена плоскость под углом 45° к нему. Найдите площадь сечения шара этой плоскостью.</p> <p>4. В цилиндре проведена плоскость, параллельная оси и отсекающая от окружности основания дугу в 90°. Диагональ сечения равна 10 см и удалена от оси на 4 см. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.</p>	<p>2. Высота конуса равна 6 см, угол при вершине осевого сечения равен 90°. Найдите площадь сечения, проходящего через две образующие, угол между которыми равен 30° и площадь боковой поверхности конуса.</p> <p>3. Площадь сечения шара плоскостью, проведенной через конец диаметра под углом 30° к нему, равна 75π см². Найдите диаметр шара.</p> <p>4. Через вершину конуса проведена плоскость, пересекающая основание по хорде, длина которой равна 3 см, и стягивающей дугу 120°. Плоскость сечения составляет с плоскостью основания угол 45°. Найдите площадь боковой поверхности конуса.</p>
<p style="text-align: center;">Вариант 3</p> <p>1. Осевое сечение цилиндра – квадрат, площадь основания цилиндра равна 25π см². Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.</p> <p>2. Высота конуса равна 9 см, угол при вершине осевого сечения равен 120°. Найдите площадь сечения, проходящего через две образующие, угол между которыми равен 90° и площадь боковой поверхности конуса.</p> <p>3. Длина линии пересечения сферы и плоскости, проходящей через конец диаметра под углом 60° к нему, равна 5π см. Найдите диаметр сферы.</p> <p>4. Через вершину конуса проведена плоскость, пересекающая основание по хорде, длина которой равна 5 см, и стягивающей дугу 90°. Плоскость сечения составляет с плоскостью основания угол 60°. Найдите площадь боковой поверхности конуса.</p>	<p style="text-align: center;">Вариант 4</p> <p>1. Осевое сечение цилиндра – квадрат, диагональ которого равна 8 см. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.</p> <p>2. Радиус основания конуса равен 10 см, а образующая наклонена к плоскости основания под углом 45°. Найдите площадь сечения, проходящего через две образующие, угол между которыми 30° и площадь боковой поверхности конуса.</p> <p>3. Диаметр шара равен d. Через конец диаметра проведена плоскость под углом 30° к нему. Найдите длину линии пересечения сферы и плоскости.</p> <p>4. В цилиндре проведена плоскость, параллельная оси и отсекающая от окружности основания дугу в 120°. Диагональ сечения равна 20 см и удалена от оси на 3 см. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.</p>

Практическая работа № 46.

Шар и сфера, их сечения. Касательная плоскость к сфере

Вариант 1.

1. Сфера, радиусом 15 см, пересечена плоскостью, проходящей на расстоянии 9 см от центра сферы. Найдите длину линии пересечения сферы и плоскости.
2. Плоскость, касающаяся шара, проходит на расстоянии 4 см от центра шара. Найдите площадь поверхности шара.
3. Диаметр шара равен 6. Через конец диаметра проведена плоскость под углом 45° к нему. Найдите площадь сечения шара этой плоскостью.
4. Площадь сферы, вписанной в куб, равна 25π . Найдите радиус сферы, описанной около этого куба.

Вариант 2.

1. Сфера, радиусом 20 см, пересечена плоскостью, проходящей на расстоянии 12 см от центра сферы. Найти длину линии пересечения сферы и плоскости.
2. Плоскость, касающаяся шара, проходит на расстоянии 6 см от центра шара. Найти площадь поверхности шара.
3. Диаметр шара равен 10. Через конец диаметра проведена плоскость под углом 45° к нему. Найдите площадь сечения шара этой плоскостью.
4. Площадь сферы, вписанной в куб, равна 100 л. Найти радиус сферы, описанной около этого куба.

Вариант 3.

1. Сфера, радиусом 5 см, пересечена плоскостью, проходящей на расстоянии 3 см от центра сферы. Найти длину линии пересечения сферы и плоскости.
2. Плоскость, касающаяся шара, проходит на расстоянии 3 см от центра шара. Найти площадь поверхности шара.
3. Диаметр шара равен 4. Через конец диаметра проведена плоскость под углом 45° к нему. Найдите площадь сечения шара этой плоскостью.
4. Площадь сферы, вписанной в куб, равна 64 л. Найти радиус сферы, описанной около этого куба.

Вариант 4.

1. Сфера, радиусом 10 см, пересечена плоскостью, проходящей на расстоянии 6 см от центра сферы. Найти длину линии пересечения сферы и плоскости.
2. Плоскость, касающаяся шара, проходит на расстоянии 5 см от центра шара. Найти площадь поверхности шара.
3. Диаметр шара равен 8. Через конец диаметра проведена плоскость под углом 45° к нему. Найдите площадь сечения шара этой плоскостью.
4. Площадь сферы, вписанной в куб, равна 16 л. Найти радиус сферы, описанной около этого куба.

Тема 9.3. Измерения в геометрии

Вопросы для устного опроса

1. Формула объема и площади поверхности куба.
2. Формула объема и площади поверхности прямоугольного параллелепипеда.
3. Формула объема и площади поверхности призмы.
4. Формула объема и площади поверхности пирамиды.
5. Формула объема и площади поверхности усеченной пирамиды.

Практическая работа № 47.

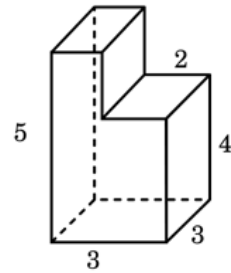
Решение прикладных задач на нахождение площадей поверхностей и объемов многогранников

Вариант 1

1. Апофема правильной треугольной пирамиды 8 см, а сторона основания 6 см. Найти площадь боковой поверхности и объем пирамиды.
2. Найдите площадь боковой поверхности правильной шестиугольной призмы, сторона основания которой равна 5, а высота – 10.
3. Основание прямой призмы является прямоугольный треугольник с катетами 8 см. и 6 см. Боковое ребро равно 10 см. Найти объем призмы.

Вариант 2

1. В основании прямой призмы прямоугольный треугольник с гипотенузой 13 см. и катетом 5 см. Высота призмы равна радиусу окружности вписанной в основание. Найти площадь полной поверхности и объем призмы.
2. В правильной треугольной пирамиде радиус окружности вписанной в основание равен $\sqrt{3}$ см. Апофема пирамиды равна $2\sqrt{7}$ см. Найти объем пирамиды.
3. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы многогранника прямые).



Вариант 3

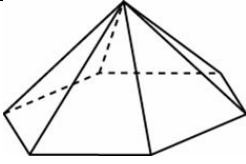
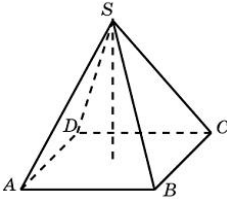
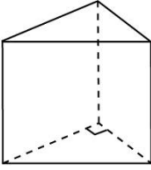
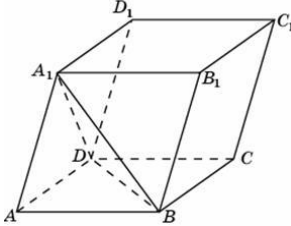
1. Апофема правильной треугольной пирамиды 4 см., а сторона 8 см. Найти площадь боковой поверхности и объем пирамиды.
2. Объем треугольной пирамиды равен 75 дм^3 . Высота пирамиды $5\sqrt{3}$ дм. Найти площадь основания пирамиды.
3. Основанием прямой призмы является равнобедренный треугольник с основанием 10 см. и боковой стороной 6 см. Высота призмы равна 5 см. Найти объем призмы.

Домашняя контрольная работа №32.

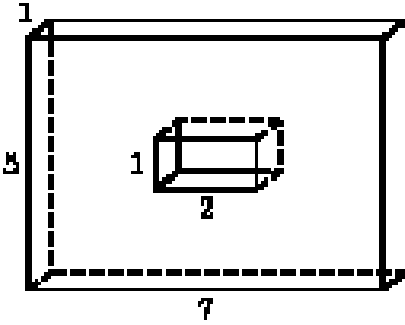
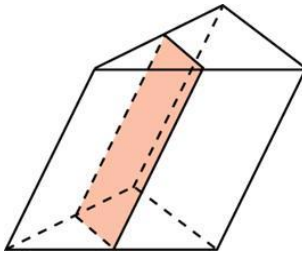
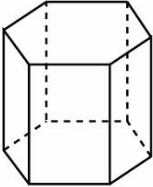
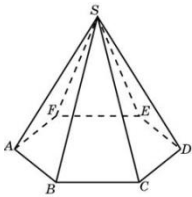
«Решение прикладных задач на нахождения площадей поверхностей и объемов многогранников».

Вариант 1

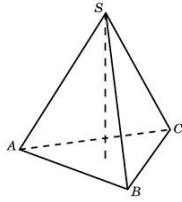
<p>1 Найдите площадь поверхности многогранника</p>	<p>4 Через среднюю линию основания треугольной призмы, объем которой равен 32, проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите объем отсеченной треугольной призмы.</p>
<p>2 Стороны основания правильной шестиугольной пирамиды равны 10, боковые ребра равны 13. Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды.</p>	<p>5 В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 12, объем равен 200. Найдите боковое ребро этой пирамиды.</p>

	
<p>3 Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8, боковое ребро равно 5. Найдите объем призмы.</p> 	<p>6 Найдите объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, если объем треугольной пирамиды $ABDA_1$ равен 3.</p> 

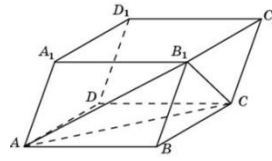
Вариант 2

<p>1 Найдите площадь поверхности многогранника</p> 	<p>4 Через среднюю линию основания треугольной призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Объем отсеченной треугольной призмы равен 5. Найдите объем исходной призмы.</p> 
<p>2 Найдите площадь боковой поверхности правильной шестиугольной призмы, сторона основания которой равна 5, а высота — 10.</p> 	<p>5 Объем правильной шестиугольной пирамиды 6. Сторона основания равна 1. Найдите боковое ребро.</p> 
<p>3 Найдите объем правильной</p>	<p>6 Объем параллелепипеда</p>

треугольной пирамиды, стороны основания которой равны 1, а высота равна $\sqrt{3}$.

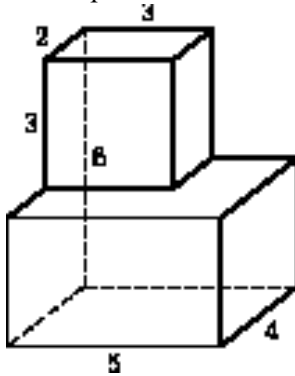


$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равен 12. Найдите объем треугольной пирамиды $B_1 ABC$.

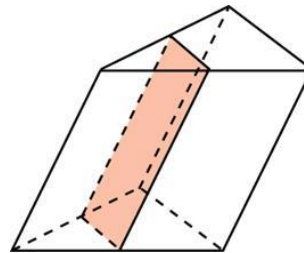


Вариант 3

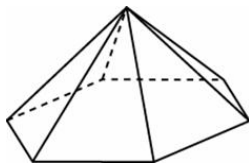
1 Найдите площадь поверхности многогранника



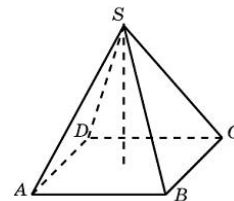
4 Через среднюю линию основания треугольной призмы, объем которой равен 32, проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите объем отсеченной треугольной призмы.



2 Стороны основания правильной шестиугольной пирамиды равны 10, боковые ребра равны 13. Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды.

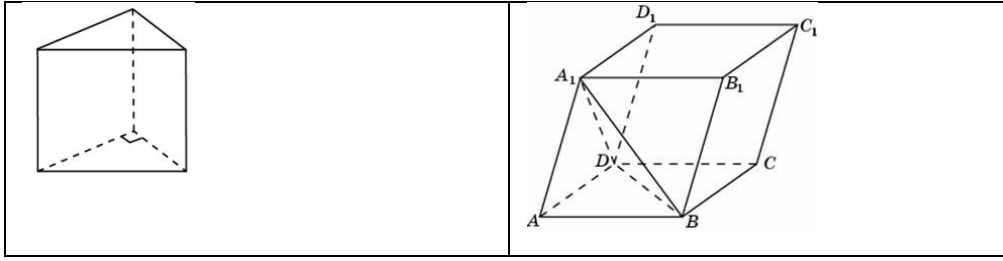


5 В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 12, объем равен 200. Найдите боковое ребро этой пирамиды.



3 Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8, боковое ребро равно 5. Найдите объем призмы.

6 Найдите объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, если объем треугольной пирамиды $ABDA_1$ равен 3.



Практическая работа № 48.

Решение задач на нахождение площадей поверхностей и объемов цилиндра, конуса, шара и его частей

Вариант 1

1. Площадь большого круга шара равна 7. Найдите площадь поверхности шара.
2. Даны два шара. Диаметр первого шара в 5 раз больше диаметра второго. Во сколько раз площадь поверхности первого шара больше площади поверхности второго?
3. Около конуса описана сфера (сфера содержит окружность основания конуса и его вершину). Центр сферы находится в центре основания конуса. Образующая конуса равна $5\sqrt{2}$. Найдите радиус сферы.
4. В куб вписан шар радиуса 2. Найдите площадь полной поверхности куба.
5. Радиусы двух шаров равны 9, 12. Найдите радиус шара, площадь поверхности которого равна сумме площадей их поверхностей.
6. Найдите площадь боковой поверхности правильной треугольной призмы, описанной около цилиндра, радиус основания которого равен $3\sqrt{3}$, а высота равна 0,5.

Вариант 2

1. Во сколько раз увеличится площадь поверхности шара, если радиус шара увеличить в 4 раза?
2. Даны два шара с радиусами 9 и 3. Во сколько раз площадь поверхности первого шара больше площади поверхности второго?
3. Около конуса описана сфера (сфера содержит окружность основания конуса и его вершину). Центр сферы находится в центре основания конуса. Радиус сферы равен $3\sqrt{2}$. Найдите образующую конуса.
4. Шар вписан в цилиндр. Площадь поверхности шара равна 17. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.
5. Найдите площадь боковой поверхности правильной шестиугольной призмы, описанной около цилиндра, радиус основания которого равен $2\sqrt{3}$, а высота равна 1.
6. Найдите площадь боковой поверхности правильной треугольной призмы, вписанной в цилиндр, радиус основания которого равен $2\sqrt{3}$, а высота равна 2.

Вариант 3

1. Площадь большого круга шара равна 3,5. Найдите площадь поверхности шара.
2. Даны два шара. Диаметр первого шара в 9 раз больше диаметра второго. Во сколько раз площадь поверхности первого шара больше площади поверхности второго?
3. Около конуса описана сфера (сфера содержит окружность основания конуса и его вершину). Центр сферы находится в центре основания конуса. Образующая конуса равна $12\sqrt{2}$. Найдите радиус сферы.
4. Около шара описан цилиндр, площадь поверхности которого равна 36. Найдите площадь поверхности шара.
5. В куб вписан шар радиуса 1,5. Найдите площадь полной поверхности куба.
6. Найдите площадь боковой поверхности правильной треугольной призмы, описанной около цилиндра, радиус основания которого равен $0,5\sqrt{3}$, а высота равна 2.

Домашняя контрольная работа 33

«Решение прикладных задач на нахождение площадей поверхностей и объемов круглых тел»

Вариант 1

1. Высота цилиндра 2 м, радиус основания 3 м. Определите объем.
А) $12\pi \text{ м}^3$ В) $18\pi \text{ м}^2$ С) $18\pi \text{ м}^3$ Д) $15\pi \text{ м}^3$ Е) $15\pi \text{ м}^2$
2. Образующая конуса равна 4 м и наклонена к плоскости основания под углом 60° . Найдите площадь основания конуса.
А) $2\pi \text{ м}^2$ В) $3\pi \text{ м}^2$ С) $4\pi \text{ м}^2$ Д) $5\pi \text{ м}^2$ Е) $6\pi \text{ м}^2$
3. Радиус основания цилиндра 2,5 м, высота 5 м. Найдите площадь осевого сечения цилиндра.
А) 10 м^2 В) 15 м^2 С) 20 м^2 Д) 30 м^2 Е) 25 м^2
4. Образующая конуса 5 см, радиус основания 4 см. Определите площадь полной поверхности конуса.
А) $36\pi \text{ см}$ В) $72\pi \text{ см}^2$ С) $18\pi \text{ см}^2$ Д) $36\pi \text{ см}^2$ Е) $72\pi \text{ см}$
5. Во сколько раз увеличится площадь боковой поверхности цилиндра, если радиус его основания увеличить в 7 раз, а высоту в 6 раз?
А) 36 раз В) 49 раз С) 42 раза Д) 13 раз Е) 45 раз
6. Высота конуса 20 см, радиус основания 15 см. Определите площадь боковой поверхности конуса.
А) $325\pi \text{ см}^2$ В) $375\pi \text{ см}^2$ С) $385\pi \text{ см}^2$ Д) $300\pi \text{ см}^2$ Е) $370\pi \text{ см}^2$
7. Стороны прямоугольника 4 см и 5 см. Найдите площадь полной поверхности тела, полученного при вращении этого прямоугольника вокруг меньшей стороны.
А) $90\pi \text{ см}^2$ В) $95\pi \text{ см}^2$ С) $100\pi \text{ см}^2$ Д) $85\pi \text{ см}^2$ Е) $80\pi \text{ см}^2$
8. Образующая конуса 5 см, радиус основания 4 см. Найдите объем конуса.
А) $25\pi \text{ см}^3$ В) $10\pi \text{ см}^3$ С) $20\pi \text{ см}^3$ Д) $80\pi \text{ см}^3$ Е) $16\pi \text{ см}^3$
9. Радиус основания цилиндра 2,5 м, высота 12 м. Определите диагональ осевого сечения цилиндра.
А) 9,5 м В) 14,5 м С) 30 м Д) 13 м Е) 5 м
10. Угол при вершине осевого сечения конуса равен 120° . Образующая его 16 см. Найдите объем конуса.
А) $512\pi \text{ см}^3$ В) $502\pi \text{ см}^3$ С) $510\pi \text{ см}^3$ Д) $500\pi \text{ см}^3$ Е) $312\pi \text{ см}^3$

Решите следующие задачи:

1. Радиусы оснований усеченного конуса 3 и 1. Найдите боковую поверхность этого конуса, если его образующая наклонена к плоскости основания под углом 60° .

2. Прямоугольник с боковой стороной 14 и основанием 10π является развернутой боковой поверхностью цилиндра. Найдите объем этого цилиндра.

Вариант 2

1. Длина радиуса основания конуса 5 м, высота 12 м. Определите образующую конуса.
А) 12 м В) 13 м С) 5 м Д) 10 м Е) 14 м
2. Найдите объем цилиндра, если радиус основания цилиндра $2\sqrt{2}$ см, высота 3 см.
А) 24π см³ В) 12π см³ С) 22π см³ Д) 20π см³ Е) 18π см³
3. Образующая конуса наклонена к плоскости основания под углом 45° . Радиус основания конуса равен 6 см. Найдите объем конуса.
А) 64π см³ В) 36π см³ С) 48π см³ Д) 70π см³ Е) 72π см³
4. Во сколько раз увеличится площадь боковой поверхности цилиндра, если радиус его основания увеличить в 3 раза, а высоту в 5 раз?
А) 12 раз В) 9 раз С) 15 раз Д) 5 раз Е) 3 раза
5. Высота конуса 3 см, радиус основания 4 см. Определите площадь боковой поверхности конуса.
А) 15π см² В) 20π см² С) 25π см² Д) 30π см² Е) 35π см²
6. Высота цилиндра 3 м, радиус основания 2 м. Определите площадь полной поверхности цилиндра.
А) 36π м² В) 18π м² С) 24π м² Д) 20π м² Е) 16π м²
7. Угол при вершине осевого сечения конуса равен 120° . Образующая его 16 м. Найдите площадь боковой поверхности конуса.
А) $128\sqrt{3}\pi$ м² В) $166\sqrt{3}\pi$ м² С) 108π м² Д) 136π м² Е) $102\sqrt{2}\pi$ м²
8. Радиус основания цилиндра 3 см, высота 8 см. Найдите диагональ осевого сечения цилиндра.
А) 16 см В) 12 см С) 6 см Д) 8 см Е) 10 см
9. Высота конуса 6 м, радиус основания конуса 8 м. Найдите площадь полной поверхности конуса.
А) 100π м² В) 144π м² С) 136π м² Д) 108π м² Е) 164π м²
10. Радиус основания цилиндра 4 м, высота 5 м. Найдите площадь осевого сечения цилиндра.
А) 100 м² В) 60 м² С) 20 м² Д) 40 м² Е) 80 м²

Решите следующие задачи:

1. Высота усеченного конуса 4 дм, радиусы его оснований 2 дм и 5 дм. Найдите боковую поверхность усеченного конуса.

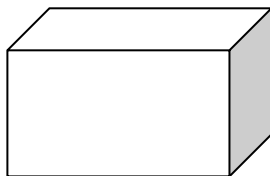
2. Осевое сечение цилиндра - прямоугольник со сторонами 12 см и 26 см. Найдите объем цилиндра, если его высота равна меньшей стороне осевого сечения.

Контрольная работа по теме: Многогранники и круглые тела.

ВАРИАНТ № 1.

1. Что изображено на рисунке:

- а) Треугольная призма
- б) Наклонный параллелепипед
- в) Прямой параллелепипед



2. Боковыми гранями прямой призмы являются:

- а) Прямоугольники
- б) Прямоугольные трапеции
- в) Треугольники

3. У параллелограмма сторона равна 10см и высота, опущенная на эту сторону равна 8см. Площадь параллелограмма равна

- а) 18см^2
- б) 40см^2
- в) 80см^2

4. Ребро куба равно 3см. Площадь полной поверхности куба равно

- а) 36см^2
- б) 9см^2
- в) 54см^2

5. Какая фигура является основанием цилиндра?

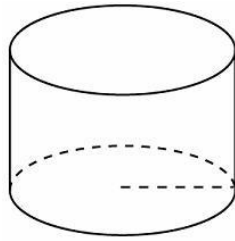
- а) Овал
- б) Круг
- в) Квадрат

6. Прямоугольный треугольник с катетами 3 и 4 см вращается вокруг большего катета. Найдите боковую поверхность полученного тела вращения

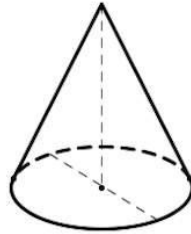
7. По какой формуле можно вычислить полную поверхность цилиндра?

- а) $\pi R^2 h$
- б) $2\pi R h$
- в) $2\pi R(h+R)$

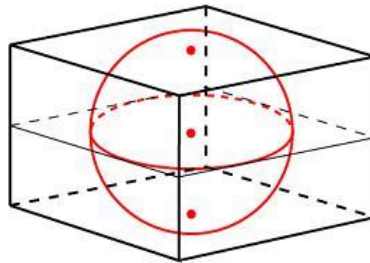
8. Радиус основания цилиндра равен 7, высота равна 10. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра, деленную на π .



9. Высота конуса 4 см, образующая 5см. Найдите объем конуса.



10. Объем прямоугольного параллелепипеда, описанного около сферы, равен 10648. Найдите радиус сферы.



ВАРИАНТ № 2.

1. Что изображено на рисунке:

- а) Треугольная призма
- б) Наклонный параллелепипед
- в) Прямой параллелепипед



2. В основании правильной треугольной призмы лежит

- а) Квадрат
- б) Равносторонний треугольник
- в) Равнобедренный треугольник

3. Площадь правильного треугольника со стороной 3см равна

- а) 9см
- б) $9\sqrt{2}/4$ см
- в) $9\sqrt{3}/4$ см

4. Какая фигура является основанием цилиндра?

- а) Овал
- б) Круг
- в) Квадрат

5. Чему равна площадь основания цилиндра с радиусом 2 см?

а) 4π

б) 8π

в) 4

6. По какой формуле можно вычислить боковую поверхность цилиндра?

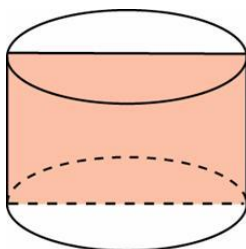
а) $2\pi Rh$

б) $2\pi R(h+R)$

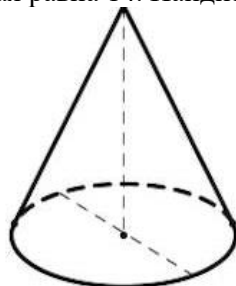
в) $\pi R^2 h$

7. Прямоугольник со сторонами 4 и 8 см вращается вокруг меньшей стороны. Найдите боковую поверхность полученного тела вращения

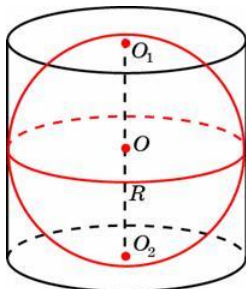
8. Площадь осевого сечения цилиндра равна 23. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра, деленную на π .



9. Высота конуса равна 12, образующая равна 14. Найдите его объем, деленный на π .



10. Около шара описан цилиндр, площадь поверхности которого равна 81. Найдите площадь поверхности шара.



Тема 10. Координаты и векторы

Домашняя контрольная работа №34

Решение задач на использование формул скалярного произведения векторов

Вариант 1	Вариант 2
<p>1. Найдите скалярное произведение векторов $\overline{BA} \cdot \overline{BC}$, $\overline{CA} \cdot \overline{DB}$, если в равнобедренном треугольнике ABC</p> <p>$\angle B = 120^\circ$, а $AB = 4$ и D – середина AC.</p> <p>2. Две стороны треугольника равны 3см и $2\sqrt{2}$см, угол между ними 135°. Найдите третью сторону треугольника.</p> <p>3. С помощью скалярного произведения докажите, что прямые AB и CD перпендикулярны, если даны координаты точек $A(-1; 0)$; $B(5; -2)$; $C(2; 3)$ $D(3; 6)$.</p> <p>4. Найдите сторону треугольника, лежащую против угла в 120°, если другая сторона равны $2\sqrt{3}$см ,</p> <p>а угол против нее 45°.</p> <p>5. Найдите косинус острого угла между прямыми AC и BD, если даны координаты точек: $A(-1; 0)$; $B(5; -2)$; $C(2; 3)$, $D(3; 6)$.</p>	<p>1. Найдите скалярное произведение векторов $\overline{BA} \cdot \overline{BC}$, $\overline{CA} \cdot \overline{DA}$, если в прямоугольнике $ABCD$, $\angle ACD = 60^\circ$, $AB = 3$.</p> <p>2. Две стороны треугольника равны 7см и $3\sqrt{2}$см, угол между ними 45°. Найдите третью сторону треугольника.</p> <p>3. С помощью скалярного произведения векторов найдите y, при котором прямые AB и CD перпендикулярны, если даны координаты точек $A(5; -2)$; $B(3; 8)$; $C(0; y)$ $D(-5; 0)$.</p> <p>4. Найдите сторону треугольника, лежащую против угла в 135°, если другая сторона равны $2\sqrt{2}$см ,</p> <p>а угол против нее 30°.</p> <p>5. Найдите косинус острого угла между прямыми AC и BD, если $A(5; -2)$; $B(3; 8)$; $C(0; 7)$ $D(-5; 0)$.</p>
Вариант 3	Вариант 4
<p>1. В прямоугольном треугольнике ABC $\angle C = 90^\circ$, $\angle ABC = 30^\circ$, $AB = 4$, найдите скалярное произведение векторов $\overline{BA} \cdot \overline{BC}$, $\overline{CA} \cdot \overline{CB}$.</p> <p>2. Две стороны треугольника равны 2см и $3\sqrt{3}$см, угол между ними 150°. Найдите третью сторону треугольника.</p> <p>3. С помощью скалярного произведения докажите, что прямые AB и CD перпендикулярны, если даны координаты точек $A(2; 4)$; $B(3; 0)$; $C(-4; -4)$ $D(4; -2)$.</p> <p>4. Найдите сторону треугольника, лежащую против угла в 45°, если другая сторона равны $3\sqrt{6}$см , а угол против нее 30°.</p> <p>5. Найдите косинус острого угла между прямыми AC и BD, если даны координаты точек:</p>	<p>1. В прямоугольном треугольнике ABC $\angle C = 90^\circ$, $\angle ABC = 30^\circ$, $AB = 4$, найдите скалярное произведение векторов $\overline{BA} \cdot \overline{BC}$, $\overline{CA} \cdot \overline{CB}$.</p> <p>2. Две стороны треугольника равны 2см и $3\sqrt{3}$см, угол между ними 150°. Найдите третью сторону треугольника.</p> <p>3. С помощью скалярного произведения докажите, что прямые AB и CD перпендикулярны, если даны координаты точек $A(2; 4)$; $B(3; 0)$; $C(-4; -4)$ $D(4; -2)$.</p> <p>4. Найдите сторону треугольника, лежащую против угла в 45°, если другая сторона равны $3\sqrt{6}$см , а угол против нее 30°.</p> <p>5. Найдите косинус острого угла между прямыми AC и BD, если даны координаты точек:</p>

<p>A (2; 4); B (3; 0); C (-4; -4) D (4; -2).</p>	<p>A (2; 4); B (3; 0); C (-4; -4) D (4; -2).</p>
<p style="text-align: center;">Вариант 5</p> <p>1. Найдите скалярное произведение векторов $\overline{BA} \cdot \overline{BC}$, $\overline{CA} \cdot \overline{DB}$, если в равнобедренном треугольнике ABC $\angle B = 120^\circ$, а $AB = 4$ и D – середина AC.</p> <p>2. Две стороны треугольника равны 3см и $2\sqrt{2}$см, угол между ними 135°. Найдите третью сторону треугольника.</p> <p>3. С помощью скалярного произведения докажите, что прямые AB и CD перпендикулярны, если даны координаты точек $A (-1; 0)$; $B (5; -2)$; $C (2; 3)$ $D (3; 6)$.</p> <p>4. Найдите сторону треугольника, лежащую против угла в 120°, если другая сторона равны $2\sqrt{3}$см , а угол против нее 45°.</p> <p>5. Найдите косинус острого угла между прямыми AC и BD, если даны координаты точек: $A (-1; 0)$; $B (5; -2)$; $C (2; 3)$, $D (3; 6)$.</p>	<p style="text-align: center;">Вариант 6</p> <p>1. Найдите скалярное произведение векторов $\overline{BA} \cdot \overline{BC}$, $\overline{CA} \cdot \overline{DA}$, если в прямоугольнике $ABCD$, $\angle ACD = 60^\circ$, $AB = 3$.</p> <p>2. Две стороны треугольника равны 7см и $3\sqrt{2}$см, угол между ними 45°. Найдите третью сторону треугольника.</p> <p>3. С помощью скалярного произведения векторов найдите y, при котором прямые AB и CD перпендикулярны, если даны координаты точек $A (5; -2)$; $B (3; 8)$; $C(0; y)$ $D (-5; 0)$.</p> <p>4. Найдите сторону треугольника, лежащую против угла в 135°, если другая сторона равны $2\sqrt{2}$см , а угол против нее 30°.</p> <p>5. Найдите косинус острого угла между прямыми AC и BD, если $A (5; -2)$; $B(3; 8)$; $C(0; 7)$ $D (-5; 0)$.</p>

Практическая работа № 49.

Построение по заданным координатам, нахождение координат точек

Вариант 1

1. При каких значениях m и n векторы $\vec{a}\{4m + 9; 5; -3\}$; $\vec{b}\{3; 2n - 5; 7\}$ коллинеарные?
2. При каких значениях n векторы $\vec{a}\{4n + 3; 7n - 1; -3\}$; $\vec{b}\{3; 2; 7n + 12\}$ перпендикулярны?
3. Найти координаты вершины A параллелограмма $ABCD$, если $B(2; -2; 3)$; $C(-1; 2; -3)$; $D(3; -2; -3)$.
4. Даны точки $A(1; 5; 3)$; $B(3; 2; 4)$; $C(5; -1; -1)$; $D(1; 5; -3)$. Найти а) координаты векторов \overline{AB} ; \overline{BC} ; \overline{AD} ; \overline{CD} ; \overline{AC} ; \overline{BD} ; б) Определить есть ли среди них коллинеарные, равные, перпендикулярные; в) Найти периметр и площадь ΔBCD г) Медиану BM и $\cos CDB$; д) Координаты точки, лежащей на оси ординат, равноудаленной от точек C и B ; е) Координаты точки M , если B середина AM ; ж) Координаты \overline{AK} , если известно, что он равен вектору \overline{AC} .

Вариант 2

1. При каких значениях m и n векторы $\vec{c}\{5m + 3; 4; -2\}$; $\vec{d}\{-4; 7n - 3; 4\}$ коллинеарные?
2. При каких значениях n векторы $\vec{b}\{9n - 7; 3n + 1; 9\}$; $\vec{c}\{4; -3; 5n - 8\}$ перпендикулярны?

3. Найти координаты вершины А параллелограмма $ABCD$, если $B(-3;-4;-2)$; $C(-1;4;1)$; $D(3;2;1)$.

4 Даны точки $A(2;3;3)$; $B(3;1;2)$; $C(-2;4;4)$; $D(1;-2;1)$. Найти а) координаты векторов \overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{BC} ; \overrightarrow{AD} ; \overrightarrow{CD} ; \overrightarrow{AC} ; \overrightarrow{BD} ; б) Определить есть ли среди них коллинеарные, равные, перпендикулярные; в) Найти периметр и площадь ΔBCD г) Медиану BM и $\cos CDB$; д) Координаты точки, лежащей на оси ординат, равноудаленной от точек C и B ; е) Координаты точки M , если B середина AM ; ж) Координаты \overrightarrow{AK} , если известно, что он равен вектору \overrightarrow{AC} .

Вариант 3

1. При каких значениях m и n векторы $\vec{a}\{8m+2;4;-7\}$; $\vec{b}\{-3;-5n+7;6\}$ коллинеарные?

2. При каких значениях n векторы $\vec{a}\{-4n+5;3n+7;4\}$; $\vec{b}\{-5;6;-3n+7\}$ перпендикулярны?

3. Найти координаты вершины А параллелограмма $ABCD$, если $B(-1;-2;-3)$; $C(1;-2;5)$; $D(5;-2;-4)$.

4 Даны точки $A(3;-1;1)$; $B(2;1;3)$; $C(4;-2;-1)$; $D(2;2;-5)$. Найти а) координаты векторов \overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{BC} ; \overrightarrow{AD} ; \overrightarrow{CD} ; \overrightarrow{AC} ; \overrightarrow{BD} ; б) Определить есть ли среди них коллинеарные, равные, перпендикулярные; в) Найти периметр и площадь ΔBCD г) Медиану BM и $\cos CDB$; д) Координаты точки, лежащей на оси ординат, равноудаленной от точек C и B ; е) Координаты точки M , если B середина AM ; ж) Координаты \overrightarrow{AK} , если известно, что он равен вектору \overrightarrow{AC} .

Вариант 4

1. При каких значениях m и n векторы $\vec{a}\{3m-4;-7;3\}$; $\vec{b}\{-5;-4n+8;-5\}$ коллинеарные?

2. При каких значениях n векторы $\vec{a}\{9n-7;-3n+8;3\}$; $\vec{b}\{-3;4;12n-5\}$ перпендикулярны?

3. Найти координаты вершины А параллелограмма $ABCD$, если $B(-3;-1;-5)$; $C(2;2;3)$; $D(-3;4;-6)$.

4 Даны точки $A(2;-1;2)$; $B(4;1;-1)$; $C(3;1;-3)$; $D(-1;-3;3)$. Найти а) координаты векторов \overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{BC} ; \overrightarrow{AD} ; \overrightarrow{CD} ; \overrightarrow{AC} ; \overrightarrow{BD} ; б) Определить есть ли среди них коллинеарные, равные, перпендикулярные; в) Найти периметр и площадь ΔBCD г) Медиану BM и $\cos CDB$; д) Координаты точки, лежащей на оси ординат, равноудаленной от точек C и B ; е) Координаты точки M , если B середина AM ; ж) Координаты \overrightarrow{AK} , если известно, что он равен вектору \overrightarrow{AC} .

Практическая работа № 50.

Решение задач в декартовой системе координат

Вариант 1

1. Найдите длину отрезка AB и координаты его середины, если $A(-3;2)$ и $D(1;-5)$.

2. Составьте уравнение окружности, центр которой находится в точке $M(1;-3)$ и которая проходит через точку $K(-4;2)$.

3. Составьте уравнение прямой, проходящей через точки $K(3;-2)$ и $P(5;2)$.

4. Найдите координаты точки, принадлежащей оси абсцисс и равноудаленной от точек $A(-2;3)$ и $B(6;1)$

Вариант 2

1. Найдите длину отрезка DF и координаты его середины, если $D(4;-5)$ и $F(-3;-1)$.

2. Составьте уравнение окружности, которая проходит через точку $P(-2;-5)$ и центр которой находится в точке $E(1;-3)$.

3. Составьте уравнение прямой, проходящей через точки $K(-2;-2)$ и $N(2;10)$.

4. Найдите координаты точки, принадлежащей оси абсцисс и равноудаленной от точек $C(2;-1)$ и $D(-4;5)$

Вариант 3

1. Найдите длину отрезка AB и координаты его середины, если $A(-4;2)$ и $D(3;-1)$.

2. Составьте уравнение окружности, центр которой находится в точке $M(3;-3)$ и которая проходит через точку $K(-3;1)$.

3. Составьте уравнение прямой, проходящей через точки $K(2;3)$ и $P(-5;-1)$.

4. Найдите координаты точки, принадлежащей оси абсцисс и равноудаленной от точек $A(-1;4)$ и $B(4;-4)$

Вариант 4

1. Найдите длину отрезка DF и координаты его середины, если $D(1;-3)$ и $F(3;1)$.

2. Составьте уравнение окружности, которая проходит через точку $P(3;5)$ и центр которой находится в точке $E(4;-2)$.

3. Составьте уравнение прямой, проходящей через точки $K(-4;2)$ и $N(-2;6)$.

4. Найдите координаты точки, принадлежащей оси абсцисс и равноудаленной от точек $C(2;5)$ и $D(-4;6)$

Домашняя контрольная работа №35.

Решение задач в декартовой системе координат

Вариант 1

1. Найдите длину отрезка AB и координаты его середины, если $A(-3;2)$ и $D(1;-5)$.

2. Составьте уравнение окружности, центр которой находится в точке $M(1;-3)$ и которая проходит через точку $K(-4;2)$.

3. Составьте уравнение прямой, проходящей через точки $K(3;-2)$ и $P(5;2)$.

4. Найдите координаты точки, принадлежащей оси абсцисс и равноудаленной от точек $A(-2;3)$ и $B(6;1)$

Вариант 2

1. Найдите длину отрезка DF и координаты его середины, если $D(4;-5)$ и $F(-3;-1)$.

2. Составьте уравнение окружности, которая проходит через точку $P(-2;-5)$ и центр которой находится в точке $E(1;-3)$.

3. Составьте уравнение прямой, проходящей через точки $K(-2;-2)$ и $N(2;10)$.
4. Найдите координаты точки, принадлежащей оси абсцисс и равноудаленной от точек $C(2;-1)$ и $D(-4;5)$

Вариант 3

1. Найдите длину отрезка AB и координаты его середины, если $A(-4;2)$ и $D(3;-1)$.
2. Составьте уравнение окружности, центр которой находится в точке $M(3;-3)$ и которая проходит через точку $K(-3;1)$.
3. Составьте уравнение прямой, проходящей через точки $K(2;3)$ и $P(-5;-1)$.
4. Найдите координаты точки, принадлежащей оси абсцисс и равноудаленной от точек $A(-1;4)$ и $B(4;-4)$

Вариант 4

1. Найдите длину отрезка DF и координаты его середины, если $D(1;-3)$ и $F(3;1)$.
2. Составьте уравнение окружности, которая проходит через точку $P(3;5)$ и центр которой находится в точке $E(4;-2)$.
3. Составьте уравнение прямой, проходящей через точки $K(-4;2)$ и $N(-2;6)$.
4. Найдите координаты точки, принадлежащей оси абсцисс и равноудаленной от точек $C(2;5)$ и $D(-4;6)$

Практическая координат и векторов работа № 51.

Решение прикладных задач на использование координат и векторов

Вариант 1

1. Вычислить работу, совершаемую силой $F=(1;2;3)$, при прямолинейном перемещении материальной точки из положения $B(1;0;0)$ в положение $C(10;1;2)$.
2. Какую работу совершает сила $F(3;2;1)$, если груз был доставлен из пункта $A(5;-2;0)$ в пункт $B(7;2;-4)$?
3. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $c(4;-2;1)$, $d(8;-4;4)$.

Вариант 2

1. Вычислить работу, совершаемую силой $F = (1; 1; 3)$, при прямолинейном перемещении материальной точки из положения $B(1; 2; 1)$ в положение $C(3; 1; 1)$.
2. Даны вершины треугольника $A(0;2;0)$, $B(-2;5;0)$, $C(-2;2;6)$. Найти его площадь.
3. Вычислить площадь параллелограмма, три последовательные вершины которого $A(1; 2; 0)$, $B(3; 0; -3)$, $C(5; 2; 6)$ заданы своими координатами в прямоугольной системе.

Вариант 3

1. Вычислить работу, совершаемую силой $F=(-1;3;3)$, при прямолинейном перемещении материальной точки из положения $B(1;-2;1)$ в положение $C(1;-3;2)$.
2. Какую работу совершает сила $F(4;2;3)$, если груз был доставлен из пункта $A(1;-4;-1)$ в пункт $B(5;2;-3)$?

3. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $c(-3;2;-1)$, $d(5;4;-2)$.

Вариант 4

1. Вычислить работу, совершаемую силой $F = (6; -1; 4)$, при прямолинейном перемещении материальной точки из положения $B(-1; 5; 3)$ в положение $C(3; 4; 2)$.

2. Даны вершины треугольника $A(-2;-3;1)$, $B(2;3;1)$, $C(3;-2;4)$. Найти его площадь.

3. Вычислить площадь параллелограмма, три последовательные вершины которого $A(4; 2; -1)$, $B(-2; 1; 5)$, $C(4; -2; 5)$ заданы своими координатами в прямоугольной системе.

Вопросы для устного опроса

1. Что такое вектор?
2. Каким образом изображается вектор на рисунке?
3. Как могут быть направлены эти векторы?
4. Как называются ненулевые векторы, которые лежат на одной прямой или на параллельных прямых?
5. Что такое абсолютная величина вектора?
6. Какие векторы называются равными?
7. Можно ли считать, что нулевой вектор может быть коллинеарен любому вектору?
8. Два вектора, сонаправленные с ненулевым вектором, сонаправлены?
9. Два вектора, коллинеарные ненулевому вектору, сонаправлены?
10. Справедливо ли утверждение: Любые два сонаправленных вектора равны?
11. Согласны ли вы, что любые два противоположно-направленных вектора коллинеарны?
12. Верно ли, что любые два равных ненулевых вектора коллинеарны?
13. Что называется скалярным произведением векторов?
14. Свойства скалярного произведения?

4. Вопросы для подготовки к экзамену Теоретические вопросы:

1. Абсолютная, относительная погрешность.
2. Корень n -й степени из числа.
3. Степени с действительным показателем, ее свойства.
4. Формула записи корня n -й степени в виде степени с дробным показателем и наоборот.
5. Логарифм числа. Свойства логарифмов. Основное логарифмическое тождество. Формула перехода к новому основанию.
6. Определение синус, косинуса, тангенса, котангенса числа.
7. Основные тригонометрические тождества.
8. Формулы приведения, сложения, двойного угла, понижения степени или половинного угла, преобразования суммы в произведение и наоборот.
9. Арксинус, арккосинус, арктангенс числа.
10. Формулы решения уравнений $\cos x = a$, $\sin x = a$, $\operatorname{tg} x = a$.
11. Решение уравнений $\cos x = 0$, $\sin x = 0$, $\cos x = 1$, $\sin x = 1$, $\cos x = -1$, $\sin x = -1$.
12. Функция. График функции. Область определения и множество значений функции.
13. Понятие непрерывной периодической функции.
14. Степенная функция $y = x^\alpha$. Ее свойства и график.
15. Показательная функция $y = x^\alpha$. Ее свойства и график.
16. Логарифмическая функция $y = \log_a x$. Ее свойства и график.
17. Тригонометрические функции, их свойства и графики.
18. Комбинаторика. Размещения, формула для вычисления числа размещений.
19. Сочетания, формула для вычисления числа сочетаний.
20. Перестановки, формула для вычисления числа перестановок.
21. Классическое определение вероятности события, свойства вероятности. Теоремы о сумме вероятностей.
22. Понятие числовой последовательности, способы задания числовой последовательности.
23. Взаимное расположение прямых в пространстве.
24. Взаимное расположение прямой и плоскости.
25. Взаимное расположение плоскостей.
26. Параллельные прямые, признак и свойства.
27. Прямая, параллельная плоскости, признак и свойства.
28. Перпендикулярные прямые, признак и свойства.
29. Прямая, перпендикулярная плоскости, признак и свойства.
30. Перпендикулярные плоскости, признак и свойства.
31. Двугранный угол.
32. Расстояние от точки до плоскости, от прямой до плоскости, между плоскостями, между скрещивающимися прямыми.
33. Производная функции. Механический и геометрический смысл производной.
34. Правила дифференцирования.
35. Таблица производных элементарных функций.
36. Первообразная функции. Неопределенный интеграл.
37. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница.
38. Вектор. Модуль вектора.
39. Декартова система координат в пространстве. Координаты вектора.
40. Уравнение окружности, сферы, плоскости.
41. Правила действий с векторами, заданными координатами.
42. Скалярное произведение векторов.
43. Призма, ее элементы. Виды призм. Формулы вычисления площади боковой поверхности прямой призмы, объема призмы.
44. Пирамида, ее элементы. Правильная пирамида. Формулы вычисления объема пирамиды, площади боковой поверхности правильной пирамиды.
45. Усеченная пирамида. Формулы вычисления объема усеченной пирамиды, площади боковой поверхности правильной усеченной пирамиды.

46. Цилиндр, его элементы. Сечение цилиндра плоскостью. Формулы вычисления объема, боковой и полной поверхности цилиндра.
47. Конус, его элементы. Сечение конуса плоскостью. Формулы для вычисления объема, боковой и полной поверхности конуса.
48. Усеченный конус, его элементы. Формулы для вычисления объема, боковой и полной поверхности усеченного конуса.
49. Шар. Сфера.
50. Сечение шара плоскостью. Касательная плоскость к сфере. Формулы для вычисления площади сферы, объема шара и его частей.

Практические задания:

1. Нахождение приближенных значений величин и погрешностей вычислений (абсолютной и относительной).
2. Сравнение корней, степеней, логарифмов.
3. Вычисление корней n -степени, степеней с рациональным показателем, логарифмов.
4. Преобразование числовых и буквенных выражений, содержащих корни, степени и логарифмы.
5. Определение области допустимых значений логарифмического выражения.
6. Решение простейших иррациональных, показательных, логарифмических уравнений и систем уравнений.
7. Применение основных тригонометрических тождеств для вычисления значений тригонометрических функций по одной из них.
8. Упрощение тригонометрических выражений.
9. Решение простейших тригонометрических уравнений и неравенств.
10. Чтение свойств функций по графику. Выполнение преобразований графика функции.
11. Построение графиков степенных, логарифмических и тригонометрических функций.
12. Решение комбинаторных задач методом перебора и по правилу умножения.
13. Вычисления вероятностей события.
14. Представление и обработка числовых данных, вычисление их характеристик.
15. Изображение перпендикуляров и наклонных к плоскости, прямых, параллельных плоскостям, углов между прямой и плоскостью.
16. Построение углов между прямыми, прямой и плоскостью, между плоскостями.
17. Определение и вычисление расстояний в пространстве.
18. Построение простейших сечений куба, призмы, пирамиды.
19. Использование свойств и графиков функций для решения уравнений.
20. Решение рациональных, иррациональных, показательных неравенств.
21. Использование свойств и графиков функций для решения неравенств.
22. Вычисление членов числовой последовательности.
23. Нахождение производных элементарных функций.
24. Вычисление мгновенной скорости и углового коэффициента касательной. Составление уравнений касательной.
25. Исследование функции, заданной формулой, с помощью производной.
26. Установление связи свойств функции и производных по их графикам.
27. Применение производной для решения задач на нахождение экстремума, наибольшего, наименьшего значения функции.
28. Вычисление первообразной для данной функции, определенного интеграла функции.
29. Применение интеграла для вычисления физических величин и площадей.
30. Решение задач на вычисление площадей поверхности и объемов пространственных тел.

4. Информационные источники

Основные источники

1. Богомолов, Н. В. Алгебра и начала анализа: учебное пособие для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов. — Москва: Издательство Юрайт, 2021. — 240 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-09525-8. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/469825> (дата обращения: 27.05.2021). — Режим доступа: по подписке.
2. Богомолов, Н. В. Геометрия: учебное пособие для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов. — Москва: Издательство Юрайт, 2021. — 108 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-09528-9. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/469826> (дата обращения: 27.05.2021).
3. Богомолов, Н. В. Математика: учебник для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов, П. И. Самойленко. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2021. — 401 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-07878-7. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/469433> (дата обращения: 27.05.2021).

Дополнительные источники

1. Богомолов, Н. В. Практические занятия по математике в 2 ч. Часть 1: учебное пособие для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов. — 11-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2021. — 326 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-08799-4. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/470650> (дата обращения: 27.05.2021).
2. Богомолов, Н. В. Практические занятия по математике в 2 ч. Часть 2: учебное пособие для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов. — 11-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2021. — 251 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-08803-8. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/470651> (дата обращения: 27.05.2021).

Интернет-ресурсы

1. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов: сайт — URL: www.fcior.edu.ru (дата обращения: 27.05.2021). - Текст: электронный.
2. Единая коллекции цифровых образовательных ресурсов: сайт — URL: www.school-collection.edu.ru (дата обращения: 27.05.2021). - Текст: электронный.
3. Электронная библиотечная система Znanium.com: сайт. -URL: <http://znanium.com> (дата обращения: 27.05.2021).-Текс: электронный.
4. Электронная библиотечная система Юрайт: сайт. - URL: <https://urait.ru/> (дата обращения: 27.05.2021).-Текс: электронный.