

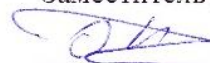
Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Гарбар Олег Викторович
Должность: Заместитель директора по учебно-воспитательной работе
Дата подписания: 29.10.2021 11:24:49
Уникальный программный ключ:
5769a34aba1fca5ccbf44edc23bf8f452c6d4fb4

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Индустиальный институт (филиал)
федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего образования «Югорский государственный университет»
(ИнДИ (филиал) ФГБОУ ВО «ЮГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заместитель директора по УВР

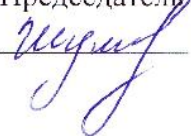


Гарбар О.В.

«09» сентября 2021 г.

**Методические указания
по выполнению практических работ
ЕН.01 ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ
09.02.07 Информационные системы и программирование**

г.Нефтеюганск
2021

РАССМОТРЕНО:
Предметной (цикловой)
комиссией МиЕНД
Протокол № 1 от 09.09.2021г.
Председатель ПЦК
 Ю.Г. Шумские

СОГЛАСОВАНО:
заседанием Methodsoveta
протокол № 1 от 16.09.2021г.
Председатель методсовета
 Н.И. Савватеева

Методические указания по выполнению практических работ разработаны в соответствии с рабочей программой ЕН.01 ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ по специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование.

Разработчик: Аюпова И.К. – преподаватель НИК (филиала) ФГБОУ ВО «ЮГУ».

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
1. Пояснительная записка	4
2. Перечень практических работ	5
<i>Практическая работа № 1</i>	
Основы теории комплексных чисел	
<i>Практическая работа № 2</i>	
Теория пределов	
<i>Практическая работа № 3</i>	
Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной	
<i>Практическая работа № 4</i>	
Интегральное исчисление функции одной действительной переменной	
<i>Практическая работа № 5</i>	
Дифференциальное исчисление функции нескольких действительных переменных	
<i>Практическая работа № 6</i>	
Интегральное исчисление функции нескольких действительных переменных	
<i>Практическая работа № 7</i>	
Теория рядов	
<i>Практическая работа № 8</i>	
Обыкновенные дифференциальные уравнения	
<i>Практическая работа № 9</i>	
Матрицы и определители	
<i>Практическая работа № 10</i>	
Системы линейных уравнений	
<i>Практическая работа № 11</i>	
Векторы и действия с ними	
<i>Практическая работа № 12</i>	
Аналитическая геометрия на плоскости	
3. Информационные источники	19

1. Пояснительная записка

Методические указания по выполнению практических работ по учебной дисциплине ЕН.01 Элементы высшей математики разработаны в соответствии с рабочей программой учебной дисциплины и предназначены для приобретения необходимых практических навыков и закрепления теоретических знаний, полученных обучающимися при изучении учебной дисциплины, обобщения и систематизации знаний перед экзаменом.

Методические указания предназначены для обучающихся специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование.

Учебная дисциплина ЕН.01 Элементы высшей математики относится к математическому и общему естественнонаучному циклу, изучается на 3 курсе и при ее изучении отводится значительное место выполнению практических работ.

Цель и планируемые результаты освоения учебной дисциплины:

Код ПК, ОК	Умения	Знания
ОК 01, ОК 05	Выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений Решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости Применять методы дифференциального и интегрального исчисления Решать дифференциальные уравнения Пользоваться понятиями теории комплексных чисел	Основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии Основы дифференциального и интегрального исчисления Основы теории комплексных чисел

Выполнение практических работ направлены на формирование **общих компетенций:**

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.

ОК 05. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке с учетом особенностей социального и культурного контекста.

Рабочая программа учебной дисциплины предусматривает проведение практических работ в объеме 14 часов.

Практическая работа №1 «Основы теории комплексных чисел»

Вариант 1

Выполнить действие:

1. $(5+4i)-(7-5i)$
2. $(3+4i)(7-2i)-(6+i)$
3. $(8+6i)-(5-3i)(6+2i)$

Запишите в тригонометрической форме и выполните сложение, умножение, деление :

$$z_1 = -2+2\sqrt{3}i \text{ и } z_2 = 2-2i$$

Вариант 2

Выполнить действие:

4. $(6+4i)-(2-5i)$
5. $(6+2i)(9-2i)-(5+4i)$
6. $(11+6i)-(7-3i)(5+2i)$

Запишите в тригонометрической форме и выполните сложение, умножение, деление :

$$z=1+i \text{ и } z_2=1-i\sqrt{3}$$

Вариант 3

Выполнить действие:

1. $(6+4i) -(2-5i)$
2. $(6+7i)(3-2i)-(5+4i)$
3. $(11+6i)-(7-3i)(5+4i)$

Запишите в тригонометрической форме и выполните сложение, умножение, деление :

$$z_1=1+i \text{ и } z_2=1-i\sqrt{3}$$

Вариант4

Выполнить действие:

1. $(6+i)-(2-7i)$
2. $(6-4i)(9-5i)-(7+4i)$
3. $(10+5i)-(4-3i)(5+7i)$

Запишите в тригонометрической форме и выполните сложение, умножение, деление :

$$z_1=1+i \text{ и } z_2=1+i\sqrt{3}$$

Критерии оценки:

оценка «5», если выполнены все задания, решение оформлено в соответствии с требованиями к оформлению, допускается 1 ошибка;

оценка «4», если выполнены все задания, решение оформлено в соответствии с требованиями к оформлению, допускается не более 4 ошибок;

оценка «3», если выполнено более половины заданий, решение оформлено в соответствии с требованиями к оформлению;
оценка «2», если выполнено менее половины заданий.

Практическая работа №2 «Теория пределов»

Вариант1

Найти пределы:

$$\begin{aligned} \text{а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{x} ; & \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin^3 3x}{2x^3} ; & \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{x-5}\right)^x ; \\ \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{2x+1}\right)^{5x+3} ; & \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} (2+x)^{\frac{5}{x}} ; & \quad \text{е) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-3}{x+2}\right)^{4x-1} . \end{aligned}$$

Вариант2

Найти пределы.

$$\begin{aligned} \text{а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{2x} ; & \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 2x}{x^2} ; & \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{2-x}\right)^x ; \\ \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{3x-2}\right)^{2x+3} ; & \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} (3+x)^{\frac{6}{x}} ; & \quad \text{е) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-2}\right)^{5x-1} . \end{aligned}$$

Вариант3

Найти пределы.

$$\begin{aligned} \text{а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 16x}{3x} ; & \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{10 \sin^3 4x}{3x^3} ; & \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{2x-5}\right)^x ; \\ \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{3x+1}\right)^{6x+3} ; & \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} (2+3x)^{-\frac{5}{x}} ; & \quad \text{е) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-7}{x+8}\right)^{4x+1} . \end{aligned}$$

Вариант4

Найти пределы

$$\begin{aligned} \text{а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 12x}{5x} ; & \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{12 \sin^5 x}{5x^5} ; & \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{4x-3}\right)^{x+21} \\ \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{5x+1}\right)^{2x+3} ; & \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} (13-x)^{\frac{15}{x}} ; & \quad \text{е) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-7}{x+4}\right)^{3x-1} \end{aligned}$$

Критерии оценки:

оценка «5», если выполнены все задания, решение оформлено в соответствии с требованиями к оформлению, допускается 1 ошибка;
оценка «4», если выполнены все задания, решение оформлено в соответствии с требованиями к оформлению, допускается не более 4 ошибок;
оценка «3», если выполнено более половины заданий, решение оформлено в соответствии с требованиями к оформлению;
оценка «2», если выполнено менее половины заданий.

Практическая работа №3 «Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной»

Вариант 1

1) Найдите производную заданной функции

а) $f(x) = x^7 - 5x^4 + 12x^2 - 0,5x + 125$

б) $f(x) = x^3 \cos x$

в) $f(x) = \frac{\operatorname{tg} x}{x^2 - 4}$

г) $f(x) = \sin(x^3 - 4x^2 + 5x - 14)$

2) Найдите значение производной функции в заданной точке

а) $y = \sin\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{4}\right) \quad x_0 = \frac{\pi}{4}$

б) $y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - x + 1 \quad x_0 = -1$

3) Решите уравнение: $f'(x) = 0$

$$f(x) = x^2 - 4x + 3$$

4) Решите неравенство: $f'(x) \leq 0$

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 8$$

Вариант 2

1) Найдите производную заданной функции

а) $f(x) = 3x^8 - 3x^5 + 11x^2 - 0,3x + 127$

б) $f(x) = x^4 \sin x$

в) $f(x) = \frac{\operatorname{ctg} x}{x^3}$

г) $f(x) = \cos(x^4 + 4x^3 + 4)$

2) Найдите значение производной функции в заданной точке

а) $y = \cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) \quad x_0 = \frac{\pi}{6}$

б) $y = \frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{2}x^2 + 3x^2 + 2 \quad x_0 = -1$

3) Решите уравнение: $f'(x) = 0$

$$f(x) = x^2 + 2x - 8$$

4) Решите неравенство: $f'(x) \geq 0$

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 8x + 12$$

Вариант 3

1) Найдите производную заданной функции

а) $f(x) = x^7 - 5x^4 + 12x^2 - 0,5x + 125$

б) $f(x) = x^5 \cos x$

в) $f(x) = \frac{\operatorname{tg}x}{x^4}$

г) $f(x) = \operatorname{tg}(x^3 - 4x^2 + 5x - 14)$

2) Найдите значение производной функции в заданной точке

а) $y = \sin\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{4}\right) \quad x_0 = \frac{\pi}{4}$

б) $y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - x + 1 \quad x_0 = -2$

3) Решите уравнение: $f'(x) = 0$

$$f(x) = 4x^2 - 4x + 3$$

4) Решите неравенство: $f'(x) > 0$

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 8$$

Вариант 4

1) Найдите производную заданной функции

а) $f(x) = 3x^8 - 3x^5 + 11x^2 - 0,3x + 127$

б) $f(x) = x^7 \sin x$

в) $f(x) = \frac{x^3}{\operatorname{ctgx}}$

г) $f(x) = \operatorname{ctg}(x^4 + 4x^3 + 4)$

2) Найдите значение производной функции в заданной точке

а) $y = \cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) \quad x_0 = \frac{\pi}{6}$

б) $y = \frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{2}x^2 + 3x^2 + 2 \quad x_0 = -2$

3) Решите уравнение: $f'(x) = 0$

$$f(x) = 6x^2 + 2x - 8$$

4) Решите неравенство: $f'(x) < 0$

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 8x + 12$$

Критерии оценки:

оценка «5», если выполнены все задания, решение оформлено в соответствии с требованиями к оформлению, допускается 1 ошибка;

оценка «4», если выполнены все задания, решение оформлено в соответствии с требованиями к оформлению, допускается не более 4 ошибок;

оценка «3», если выполнено более половины заданий, решение оформлено в соответствии с требованиями к оформлению;

оценка «2», если выполнено менее половины заданий.

Практическая работа №4 «Интегральное исчисление функции одной действительной переменной»

Вариант1

Найти интеграл $\int 3x^8 dx$; $\int 4\sin x dx$.

Найти определенный интеграл $\int_{-1}^2 (12x^3 - 11) dx$; $\int_0^{\frac{\pi}{4}} t g x dx$; $\int_1^2 (6x - 5) dx$.

Вариант2

Найти интеграл $\int 7x^6 dx$; $\int \frac{3dx}{\cos^2 x}$

Найти определенный интеграл $\int_{-1}^2 (8x^2 - 3) dx$; $\int_1^5 \sqrt{2x-1} dx$ $\int_1^5 (2x - 11) dx$.

Вариант3

Найти интеграл $\int 8x^3 dx$; $\int \frac{dx}{3\sin^2 x}$.

Найти определенный интеграл: $\int_2^3 (2x - 7) dx$; $\int_1^5 \sqrt{2x-1} dx$ $\int_1^5 (2 - 3x^2) dx$.

Вариант4

Найти интеграл $\int 3x^2 dx$; $\int 3e^x dx$.

Найти определенный интеграл: $\int_{-2}^1 (12x^3 - 1) dx$; $\int_1^5 \sqrt{2x-1} dx$ $\int_{-1}^3 (3 - 10x) dx$.

Критерии оценки:

оценка «5», если выполнены все задания, решение оформлено в соответствии с требованиями к оформлению, допускается 1 ошибка;

оценка «4», если выполнены все задания, решение оформлено в соответствии с требованиями к оформлению, допускается не более 4 ошибок;

оценка «3», если выполнено более половины заданий, решение оформлено в соответствии с требованиями к оформлению;

оценка «2», если выполнено менее половины заданий.

Практическая работа №5 «Дифференциальное исчисление функции нескольких действительных переменных»

1 вариант

1. Найти область существования следующих функций:

$$A) Z = \frac{1}{\sqrt{xy}} \quad z = \frac{3x}{\sqrt{64-x^2-y^2}}$$

2. Найти частные производные первого порядка функций

$$A) z = 5x^2y^2 - 7xy + 3x; B) z = 2xy^3 + 6x^3 - y^4 - 6; B) z = \cos(5x + y);$$

$$\Gamma) z = 2x \cos 4y - 5y; \quad \text{д) } z = x^3 \sin 2y + \ln x y^4.$$

3. Найти полный дифференциал функций.

$$\text{А) } z = e^{4x-5y}; \text{б) } z = 8xy^2 + x^4y^3; \quad \text{в) } z = \frac{5x-7y}{3x+4y}; \quad \text{г) } z = 4\ln(3x-5y) + 5x^3y^5$$

4. Найти частные производные второго порядка:

$$\text{А) } z = 7x^2y^3 - \cos(4x + 7y); \quad \text{б) } z = 6e^{2x-3y} + 5xy^4; \text{в) } z = y^2 \sin 5x - 12x \cos 3y - 2;$$

$$\Gamma) Z = \ln x \cdot \cos y - 5x^7y^9.$$

5. Исследовать на экстремум функции:

$$\text{А) } z = x^2 + 2y^2 - 2x + 4y - 6; \quad \text{б) } z = xy$$

2 вариант

1. Найти область существования следующих функций:

$$Z = \frac{1}{x-y} \quad z = \frac{3x}{\sqrt{81-x^2-y^2}}$$

2. Найти частные производные первого порядка функций

$$\text{А) } z = 7x^2y^3 - 9xy + 4x; \quad \text{б) } z = 2x^4y^5 + 6x^3 - 5y^4 - 6; \quad \text{в) } z = \cos(x + 8y);$$

$$\Gamma) z = 9x \sin 4y - 4xy; \quad \text{д) } z = x^3 \cos 4y + \ln xy^4.$$

3. Найти полный дифференциал функций.

$$\text{А) } z = e^{3x-6y}; \quad \text{б) } z = 3xy^5 + 2x^4y^3; \quad \text{в) } z = \frac{2x+5y}{3x-2y}; \quad \text{г) } z = 4\ln(2x+8y) + 5x^3y^4$$

4. Найти частные производные второго порядка:

$$\text{А) } z = 7x^2y^3 + \sin(3x + 7y); \text{б) } z = 6e^{x-7y} + 8xy^3; \text{в) } z = y^2 \cos 5x - 12x \sin 3y - 9;$$

$$\Gamma) Z = 4x^3 \cos y - 5x^7y^3$$

5. Исследовать на экстремум функции:

$$\text{А) } z = 3x^2 + 2y^2 - 12x + 4y + 5; \quad \text{б) } z = xy$$

Звариант

1. Найти область существования следующих функций:

$$\text{В) } Z = \frac{4}{\sqrt{xy}} \quad z = \frac{5x}{\sqrt{64-x^2-y^2}}$$

2. Найти частные производные первого порядка функций

$$\text{А) } z = x^2y^2 - 12xy + 3x; \text{б) } z = 5xy^3 + 6x^3 - y^4 - 3; \text{в) } z = \cos(5x + y);$$

$$\Gamma) z = 2x \cos 4y - 5y; \quad \text{д) } z = x^3 \sin 2y + \ln x y^4.$$

3. Найти полный дифференциал функций.

$$\text{А) } z = e^{7x-y}; \text{б) } z = 8xy^2 + x^4y^3; \quad \text{в) } z = \frac{5x-7y}{3x+4y}; \quad \text{г) } z = 4\ln(3x-5y) + 5x^3y^5$$

4. Найти частные производные второго порядка:

$$\text{А) } z = 7x^2y^3 - \cos(4x + 7y); \quad \text{б) } z = 6e^{2x-3y} + 5xy^4; \text{в) } z = y^2 \sin 5x - 12x \cos 3y - 2;$$

$$\Gamma) Z = \ln x \cdot \cos y - 5x^7y^9.$$

5. Исследовать на экстремум функции:

$$\text{А) } z = x^2 + 2y^2 - 2x + 4y - 10; \quad \text{б) } z = xy$$

4 вариант

1. Найти область существования следующих функций:

$$Z = \frac{1}{x-y} \quad z = \frac{3x}{\sqrt{81-x^2-y^2}}$$

2. Найти частные производные первого порядка функций

А) $z = 7x^2y^3 - 9xy + 4x$; б) $z = 2x^4y^5 + 6x^3 - 5y^4 - 6$; в) $z = \cos(x + 8y)$;
Г) $z = 5x\sin 4y - 4xy$; д) $z = x^3\cos 4y + \ln xy^4$.

3. Найти полный дифференциал функций.

А) $z = e^{3x-6y}$; б) $z = 3xy^5 + 2x^4y^3$; в) $z = \frac{2x+5y}{3x-2y}$; г) $z = 4\ln(2x+8y) + 5x^3y^4$

4. Найти частные производные второго порядка:

А) $z = x^2y^3 + \sin(3x + 7y)$; б) $z = 6e^{x-7y} + 8xy^3$; в) $z = y^2\cos 5x - 12x\sin 3y - 9$;

Г) $Z = 6x^3\cos y - 5x^7y^3$

5. Исследовать на экстремум функции:

А) $z = 5x^2 + 2y^2 - 12x + 4y + 5$; б) $z = xy$

Критерии оценки:

оценка «5», если выполнены все задания, решение оформлено в соответствии с требованиями к оформлению, допускается 1 ошибка;

оценка «4», если выполнены все задания, решение оформлено в соответствии с требованиями к оформлению, допускается не более 4 ошибок;

оценка «3», если выполнено более половины заданий, решение оформлено в соответствии с требованиями к оформлению;

оценка «2», если выполнено менее половины заданий.

Практическая работа №6 «Интегральное исчисление функции нескольких действительных переменных»

Вариант 1

1. Записать двойными интегралами и вычислить площади, ограниченные линиями: $xy=4$, $y=x$; $x=4$

2. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $x=0$, $y=0$, $x+y+z=1$, $z=0$

Вариант 2

1. Записать двойными интегралами и вычислить площади, ограниченные линиями: $xy=6$, $y=x$; $x=2$

2. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $x=0$, $y=0$, $x+y+z=1$, $z=0$

Вариант 3

1. Записать двойными интегралами и вычислить площади, ограниченные линиями: $xy=4$, $y=x$; $x=2$

2. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $x=0$, $y=0$, $x+y+z=1$, $z=0$

Вариант 4

1. Записать двойными интегралами и вычислить площади, ограниченные линиями: $xy=6$, $y=x$; $x=3$

2. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $x=0$, $y=0$, $x+y+z=1$, $z=0$

Критерии оценки:

оценка «5», если выполнены все задания, решение оформлено в соответствии с требованиями к оформлению, допускается 1 ошибка;

оценка «4», если выполнены все задания, решение оформлено в соответствии с требованиями к оформлению, допускается не более 4 ошибок;
оценка «3», если выполнено более половины заданий, решение оформлено в соответствии с требованиями к оформлению;
оценка «2», если выполнено менее половины заданий.

Практическая работа №7 «Теория рядов»

Вариант 1

1. Вычислить первые четыре члена ряда:

$$a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^3 - 2n + 5}{2n + 3}; б) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n+2}}{n^2};$$

2. Исследовать ряд на сходимость, используя признаки сходимости:

$$a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n^3 - 2n}{n^3 + 4n^2}; б) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^{n+1}}{2n - 3}; в) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(n + 2)!}; г) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(5n + 2)^n}; д) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n + 2)^n}{2^n}.$$

Вариант 2

1. Вычислить первые четыре члена ряда:

$$a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^3 - 2n + 5}{2n + 3}; б) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n+2}}{n^2};$$

2. Исследовать ряд на сходимость, используя признаки сходимости:

$$a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n^3 - 2n}{n^3 + 4n^2}; б) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^{n+1}}{2n - 3}; в) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(n + 2)!}; г) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(5n + 2)^n}; д) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n + 2)^n}{2^n}.$$

Вариант 3

1. Вычислить первые четыре члена ряда:

$$a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^3 - 2n + 5}{2n + 3}; б) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n+2}}{n^2};$$

2. Исследовать ряд на сходимость, используя признаки сходимости:

$$a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n^3 - 2n}{n^3 + 4n^2}; б) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^{n+1}}{2n - 3}; в) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(n + 2)!}; г) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(5n + 2)^n}; д) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n + 2)^n}{2^n}.$$

Вариант 4

1. Вычислить первые четыре члена ряда:

$$a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^3 - 2n + 5}{2n + 3}; б) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n+2}}{n^2};$$

2. Исследовать ряд на сходимость, используя признаки сходимости:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n^3 - 2n}{n^3 + 4n^2}; \text{ б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^{n+1}}{2n-3}; \text{ в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(n+2)!}; \text{ г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(5n+2)^n}; \text{ д) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n+2)^n}{2^n}.$$

Критерии оценки:

оценка «5», если выполнены все задания, решение оформлено в соответствии с требованиями к оформлению, допускается 1 ошибка;

оценка «4», если выполнены все задания, решение оформлено в соответствии с требованиями к оформлению, допускается не более 4 ошибок;

оценка «3», если выполнено более половины заданий, решение оформлено в соответствии с требованиями к оформлению;

оценка «2», если выполнено менее половины заданий.

Практическая работа №8 «Обыкновенные дифференциальные уравнения»

Вариант 1

1. Решить дифференциальные уравнения 2-ого порядка и найти их частное решение:

$$y'' = x^2 + 4x + 5 \quad \text{при } x = 0, y' = 6, y = 5$$

2. Найти общее и частное решение дифференциального уравнения $y'' + 2y' + 15y = 0$

$$\text{при: } x = 2, y = 3, y' = -4$$

3. Найти значение функции $y = f(x)$, определяемой дифференциальным уравнением $y' = \frac{y-x}{y+x}$ при начальном условии: $y(0) = 1$, шаг $h = 0,1$;

Ограничиться отысканием первых четырех значений функции.

Вариант 2

1. Решить дифференциальные уравнения 2-ого порядка и найти их частное решение:

$$y'' = x^2 + 2x + 10 \quad \text{при } x = 2, y' = 11, y = 9$$

2. Найти общее и частное решение дифференциального уравнения:

$$y'' = 40x^3 + 6x^2 - 6x + 8, \quad x = -1, y = 4, y' = -3$$

3. Найти значение функции $y = f(x)$, определяемой дифференциальным уравнением $y' = \frac{y-x}{y+x}$ при начальном условии: $y(0) = 2$, шаг $h = 0,4$

Ограничиться отысканием первых четырех значений функции.

Вариант 3

1. Решить дифференциальные уравнения 2-ого порядка и найти их частное решение:

$$y'' = 18x^2 + x + 4 \quad \text{при } x = 7, y' = 2, y = -7$$

2. Найти общее и частное решение дифференциального уравнения:

$$y'' + y' = 0, \quad x = 0, y = 5, y' = -2$$

3. Найти значение функции $y = f(x)$, определяемой дифференциальным уравнением $y' = \frac{y-x}{y+x}$ при начальном условии: $y(0) = 4$, шаг $h = 0,5$

Ограничиться отысканием первых четырех значений функции.

Вариант 4

1. Решить дифференциальные уравнения 2-ого порядка и найти их частное решение:

$$y'' = 11x^2 + 6x + 6 \quad \text{при } x = 10, y' = 3, y = -2$$

2. Найти общее и частное решение дифференциального уравнения: $x = 2, y = 10$

5. Найти значение функции $y = f(x)$, определяемой дифференциальным уравнением $y' = \frac{y-x}{y+x}$ при начальном условии: $y(0) = 5$, шаг $h = 1$

Ограничиться отысканием первых четырех значений функции.

Критерии оценки:

оценка «5», если выполнены все задания, решение оформлено в соответствии с требованиями к оформлению, допускается 1 ошибка;

оценка «4», если выполнены все задания, решение оформлено в соответствии с требованиями к оформлению, допускается не более 4 ошибок;

оценка «3», если выполнено более половины заданий, решение оформлено в соответствии с требованиями к оформлению;

оценка «2», если выполнено менее половины заданий.

Практическая работа №9 «Матрицы и определители»

Вариант 1

1) Вычислить: $A+B$;

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 4 & -6 & -5 \\ 3 & 4 & -8 & 3 \\ 14 & -12 & 6 & -15 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 8 & -4 & 10 & 12 \\ -6 & 9 & -7 & 3 \\ -5 & -4 & 11 & -18 \end{pmatrix};$$

2) Вычислить: $4*A-2*B$;

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -2 & 1 \\ 4 & 2 & -6 & 12 \\ 8 & -6 & -5 & 4 \\ 8 & 7 & -3 & -7 \\ 8 & 6 & 4 & -5 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 9 & 4 & -6 & 4 \\ -6 & 8 & -8 & 4 \\ 14 & -10 & -1 & 5 \\ 6 & -9 & -5 & -6 \\ -5 & 8 & -3 & -16 \end{pmatrix}$$

3) Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 1 & -3 & 5 \\ 2 & -3 & 6 \\ 4 & 3 & -5 \end{vmatrix}$$

Вариант 2

1) Вычислить: $A+B$;

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 4 & -2 & -5 \\ 3 & 5 & -8 & 7 \\ 14 & -12 & 6 & -6 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 8 & -4 & 2 & 12 \\ -6 & 3 & -7 & 3 \\ -8 & -4 & 4 & -18 \end{pmatrix};$$

2) Вычислить: $3*A-4*B$;

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -2 & 1 \\ 4 & 2 & -6 & 12 \\ 3 & -6 & -5 & 4 \\ 9 & 4 & -7 & -7 \\ 8 & 5 & 4 & -5 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -6 & 4 \\ -6 & 7 & -6 & 4 \\ 3 & -8 & -5 & 5 \\ 2 & -9 & -5 & -6 \\ -1 & 5 & -3 & -8 \end{pmatrix}$$

3) Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 8 & -3 & 8 \\ 5 & -3 & 6 \\ 4 & 3 & -6 \end{vmatrix}$$

Вариант 3

1) Вычислить: $A+B$;

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 18 & -6 & -5 \\ 2 & 3 & -8 & 3 \\ 7 & -10 & 6 & -19 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 7 & -2 & 10 & 12 \\ -6 & 8 & -7 & 3 \\ -7 & -2 & 15 & -18 \end{pmatrix};$$

2) Вычислить: $3*A+2*B$;

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -2 & 1 \\ 4 & 2 & -6 & 12 \\ 7 & -6 & -5 & 4 \\ 8 & 7 & -3 & -7 \\ 8 & 6 & 4 & -2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 9 & 2 & -6 & 4 \\ -6 & 8 & -8 & 4 \\ 14 & -10 & -1 & 5 \\ 6 & -5 & -5 & -6 \\ -2 & 8 & -3 & -17 \end{pmatrix}$$

3) Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 6 \\ 7 & 5 & -8 \end{vmatrix}$$

Вариант 4

1) Вычислить: $A+B$;

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 18 & -6 & -5 \\ 2 & 3 & -8 & 3 \\ 1 & -10 & 5 & -12 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 7 & -2 & 8 & 6 \\ -6 & 2 & -5 & 3 \\ -7 & -2 & 12 & -13 \end{pmatrix};$$

2) Вычислить: $4*A-3*B$;

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -8 & 9 \\ 5 & 2 & -4 & 12 \\ 7 & -6 & -5 & 4 \\ 8 & 5 & -8 & -2 \\ 5 & 6 & 4 & -2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 9 & 2 & -6 & 7 \\ -6 & 5 & -4 & 6 \\ 12 & -11 & -1 & 5 \\ 6 & -5 & -5 & -2 \\ -2 & 7 & -3 & -15 \end{pmatrix}$$

3) Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 5 & -9 & 3 \\ 3 & -8 & 4 \\ 4 & 4 & -5 \end{vmatrix}$$

Критерии оценки:

оценка «5», если выполнены все задания, решение оформлено в соответствии с требованиями к оформлению, допускается 1 ошибка;

оценка «4», если выполнены все задания, решение оформлено в соответствии с требованиями к оформлению, допускается не более 4 ошибок;

оценка «3», если выполнено более половины заданий, решение оформлено в соответствии с требованиями к оформлению;

оценка «2», если выполнено менее половины заданий.

Практическая работа №10 «Системы линейных уравнений»

Вариант 1

Решить систему уравнений: а) по формулам Гаусса; б) матричным методом; в) методом Крамера.

$$\begin{cases} x + 2y + 2z = 3 \\ x + 2y + z = 1 \\ 3x - y + z = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} x + 4y - 2z = 7 \\ x - y + 3z = 2 \\ x + 3y - 4z = 4 \end{cases}$$

Вариант2

Решить систему уравнений: а) по формулам Гаусса; б) матричным методом; в) методом Крамера.

$$\begin{cases} x + 4y - 2z = 7 \\ x - y + 3z = 2 \\ x + 3y - 4z = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + y - 2z = 0 \\ x - 2y + z = -3 \\ 3x - 5y + 4z = -6 \end{cases}$$

Вариант3

Решить систему уравнений: а) по формулам Гаусса; б) матричным методом; в) методом Крамера.

$$\begin{cases} 2x + 3y - 2z = 1 \\ 5x - 2y + z = -1 \\ x - 3y + 4z = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + 2y + 3z = 8 \\ x - y + 2z = 2 \\ 3x - 3y + z = 6 \end{cases}$$

Вариант4

Решить систему уравнений: а) по формулам Гаусса; б) матричным методом; в) методом Крамера.

$$\begin{cases} 2x + 3y - 2z = 1 \\ 5x - 2y + z = -1 \\ x - 3y + 4z = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + 2y + 3z = 8 \\ x - y + 2z = 2 \\ 3x - 3y + z = 6 \end{cases}$$

Критерии оценки:

оценка «5», если выполнены все задания, решение оформлено в соответствии с требованиями к оформлению, допускается 1 ошибка;

оценка «4», если выполнены все задания, решение оформлено в соответствии с требованиями к оформлению, допускается не более 4 ошибок;

оценка «3», если выполнено более половины заданий, решение оформлено в соответствии с требованиями к оформлению;

оценка «2», если выполнено менее половины заданий.

Практическая работа №11 «Векторы и действия с ними»

1. Найдите длину вектора АВ и координаты его середины, если А(-3;2) и D(1;-5).
2. Составьте уравнение окружности, центр которой находится в точке М(1;-3) и которая проходит через точку К(-4;2).
3. Составьте уравнение прямой, проходящей через точки К(3;-2) и Р(5;2).
4. Найдите координаты точки, принадлежащей оси абсцисс и равноудаленной от точек А(-2;3) и В(6;1)

Вариант 2

1. Найдите длину вектора DF и координаты его середины, если D(4;-5) и F(-3;-1).
2. Составьте уравнение окружности, которая проходит через точку Р(-2;-5) и центр которой находится в точке Е(1;-3).
3. Составьте уравнение прямой, проходящей через точки К(-2;-2) и N(2;10).
4. Найдите координаты точки, принадлежащей оси абсцисс и равноудаленной от точек С(2;-1) и D(-4;5)

Вариант 3

1. Найдите длину вектора АВ и координаты его середины, если А(-4;2) и D(3;-1).
2. Составьте уравнение окружности, центр которой находится в точке М(3;-3) и которая проходит через точку К(-3;1).
3. Составьте уравнение прямой, проходящей через точки К(2;3) и Р(-5;-1).
4. Найдите координаты точки, принадлежащей оси абсцисс и равноудаленной от точек А(-1;4) и В(4;-4)

Вариант 4

1. Найдите длину вектора DF и координаты его середины, если $D(1;-3)$ и $F(3;1)$.
2. Составьте уравнение окружности, которая проходит через точку $P(3;5)$ и центр которой находится в точке $E(4;-2)$.
3. Составьте уравнение прямой, проходящей через точки $K(-4;2)$ и $N(-2;6)$.
4. Найдите координаты точки, принадлежащей оси абсцисс и равноудаленной от точек $C(2;5)$ и $D(-4;6)$

Критерии оценки:

- оценка «5», если выполнены все задания, решение оформлено в соответствии с требованиями к оформлению, допускается 1 ошибка;
- оценка «4», если выполнены все задания, решение оформлено в соответствии с требованиями к оформлению, допускается не более 4 ошибок;
- оценка «3», если выполнено более половины заданий, решение оформлено в соответствии с требованиями к оформлению;
- оценка «2», если выполнено менее половины заданий.

Практическая работа №12 «Аналитическая геометрия на плоскости»

Вариант 1

1. В треугольнике с вершинами $A(9; 3)$, $B(-3; -3)$ и $C(-7; 0)$ найти (используя уравнение прямой с угловым коэффициентом): а) уравнение высоты BK ; б) длину высоты AN ; в) координаты точки A' , симметричной точке A относительно BC ; г) величину каждого внутреннего угла треугольника и длины всех его сторон.

2. Дан эллипс $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$. Найти: 1) его полуоси; 2) фокусы; 3) эксцентриситет; 4) уравнения директрис.

3. Дана гипербола $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{144} = 1$. Найти: 1) полуоси a и b ; 2) фокусы; 3) эксцентриситет; 4) уравнения асимптот; 5) уравнения директрис.

Вариант 2

1. В треугольнике с вершинами $A(9; 5)$, $B(-2; -3)$ и $C(-6; 0)$ найти (используя уравнение прямой с угловым коэффициентом): а) уравнение высоты BK ; б) длину высоты AN ; в) координаты точки A' , симметричной точке A относительно BC ; г) величину каждого внутреннего угла треугольника и длины всех его сторон.

2. Дан эллипс $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$. Найти: 1) его полуоси; 2) фокусы; 3) эксцентриситет; 4) уравнения директрис.

3. Дана гипербола $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{121} = 1$. Найти: 1) полуоси a и b ; 2) фокусы; 3) эксцентриситет; 4) уравнения асимптот; 5) уравнения директрис.

Вариант 3

1. В треугольнике с вершинами $A(5; 3)$, $B(-3; -5)$ и $C(-6; 0)$ найти (используя уравнение прямой с угловым коэффициентом): а) уравнение высоты BK ; б) длину высоты AN ; в)

координаты точки A' , симметричной точке A относительно BC ; г) величину каждого внутреннего угла треугольника и длины всех его сторон.

2. Дан эллипс $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{49} = 1$. Найти: 1) его полуоси; 2) фокусы; 3) эксцентриситет; 4) уравнения директрис.

3. Дана гипербола $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{81} = 1$. Найти: 1) полуоси a и b ; 2) фокусы; 3) эксцентриситет; 4) уравнения асимптот; 5) уравнения директрис.

Вариант 4

1. В треугольнике с вершинами $A(7; 1)$, $B(-4; -6)$ и $C(-3; 0)$ найти (используя уравнение прямой с угловым коэффициентом): а) уравнение высоты BK ; б) длину высоты AN ; в) координаты точки A' , симметричной точке A относительно BC ; г) величину каждого внутреннего угла треугольника и длины всех его сторон.

2. Дан эллипс $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{25} = 1$. Найти: 1) его полуоси; 2) фокусы; 3) эксцентриситет; 4) уравнения директрис.

3. Дана гипербола $\frac{x^2}{100} - \frac{y^2}{36} = 1$. Найти: 1) полуоси a и b ; 2) фокусы; 3) эксцентриситет; 4) уравнения асимптот; 5) уравнения директрис.

Критерии оценки:

оценка «5», если выполнены все задания, решение оформлено в соответствии с требованиями к оформлению, допускается 1 ошибка;

оценка «4», если выполнены все задания, решение оформлено в соответствии с требованиями к оформлению, допускается не более 4 ошибок;

оценка «3», если выполнено более половины заданий, решение оформлено в соответствии с требованиями к оформлению;

оценка «2», если выполнено менее половины заданий.

3. Информационные источники

Основные источники

1. Бардушкин, В. В. Математика. Элементы высшей математики: учебник: в 2 томах. Том 1 / В. В. Бардушкин, А. А. Прокофьев. — Москва: КУРС: ИНФРА-М, 2021. — 304 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-906923-05-9. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1235904> (дата обращения: 04.06.2021). – Режим доступа: по подписке.
2. Бардушкин, В. В. Математика. Элементы высшей математики: учебник: в 2 томах. Том 2 / В. В. Бардушкин, А. А. Прокофьев. — Москва: КУРС: ИНФРА-М, 2021. — 368 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-906923-34-9. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1178146> (дата обращения: 04.06.2021). – Режим доступа: по подписке.
3. Богомолов, Н. В. Математика: учебник для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов, П. И. Самойленко. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2021. — 401 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-07878-7. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/469433> (дата обращения: 04.06.2021).

Дополнительные источники

1. Богомолов, Н. В. Математика. Задачи с решениями в 2 ч. Часть 1: учебное пособие для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2021. — 439 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-09108-3. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/470790> (дата обращения: 04.06.2021).
2. Богомолов, Н. В. Математика. Задачи с решениями в 2 ч. Часть 2: учебное пособие для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2021. — 320 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-09135-9. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/470791> (дата обращения: 04.06.2021).
3. Высшая математика: учебник и практикум для среднего профессионального образования / М. Б. Хрипунова [и др.]; под общей редакцией М. Б. Хрипуновой, И. И. Цыганок. — Москва: Издательство Юрайт, 2021. — 472 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-01497-6. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/471507> (дата обращения: 04.06.2021).

Интернет-источники

1. Электронная библиотечная система Znanium: сайт.- URL: <https://znanium.com/> – Текст: электронный.
2. Электронная библиотечная система Юрайт: сайт. - URL: <https://urait.ru/> -Текст: электронный.