НЕФТЕЮГАНСКИЙ ИНДУСТРИАЛЬНЫЙ КОЛЛЕДЖ
(филиал) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего образования «Югорский государственный университет»

Методические указания и контрольные задания для обучающихся заочной формы обучения ЕН.01 МАТЕМАТИКА

21.02.01 Разработка и эксплуатация нефтяных и газовых месторождений

Нефтеюганск

2019

ОДОБРЕНЫ
Предметной (цикловой)
комиссией МиЕНД
Протокол № 1 от 12.09 2019г.
Председатель ПЦК
_____________ В.В. Шумские

УТВЕРЖДЕНЫ
заседанием методсовета
Протокол № 1 от 17.09 2019г.

Председатель методсовета
_____________ Н.И. Савватеева

Методические указания и контрольные задания учебной дисциплины разработаны в соответствии с рабочей программой учебной дисциплины «Математика» для специальности среднего профессионального образования (далее СПО) 21.02.01 «Разработка и эксплуатация нефтяных и газовых месторождений».

Организация-разработчик: Нефтеюганский индустриальный колледж (филиал) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Югорский государственный университет».

Разработчик: Аюпова И.К. - преподаватель математики НИК (филиала) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Югорский государственный университет».

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Методические указания и контрольные задания разработаны на основе рабочей программы учебной дисциплины «Математика».

Учебная дисциплина «Математика» относится к циклу математических и общих естественнонаучных дисциплин.

В результате освоения учебной дисциплины обучающийся должен **уметь**:

- решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности;

В результате освоения учебной дисциплины обучающийся должен **знать:**

- значение математики в профессиональной деятельности и при освоении основной профессиональной программы;
- основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности;
- основные понятия и методы математического анализа, линейной алгебры, теории комплексных чисел, теории вероятностей и математической статистики;
- основы интегрального и дифференциального исчисления.

На изучении учебной дисциплины отводится 123 часа, из них 52 часа теоретического обучения и 30 часов – выполнение практических работ, на самостоятельную работу отводится 41 час.

Для заочной формы обучения объем аудиторной учебной нагрузки составляет 20 часов, из них 4 часа отведено на проведение практических работ, на самостоятельную работу отводится 103 часа.

Учебным планом предусмотрена 1 контрольная работа.

Итоговой формой контроля является экзамен.

Тематический план и содержание учебной дисциплины МАТЕМАТИКА

Наименование разделов и тем	Содержание учебного материала, практические работы, самостоятельная работа обучающихся	Объем часов	Уровень освоения
1	2	3	4
Введение 1	Значение математики в профессиональной деятельности и при освоении основной профессиональной образовательной программы	**1**	1
Раздел 1	**Основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности**	**18**	
Тема 1.1 Решение прикладных задач с использованием МК	Основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности	3	2
	Практическая работа №1 Решение прикладных задач с использованием МК	4	2
	Самостоятельная работа№1 Выполнение домашней контрольной работы №1 по теме: Решение прикладных задач с использованием МК	2	
Тема 1.2 Решение прикладных задач на нахождение объемов и площадей различных тел	Объемы и площади поверхностей различных тел и их применение при решение прикладных задач	2	2
	Практическая работа № 2 Решение прикладных задач на нахождение объемов и площадей различных тел	4	2
	Самостоятельная работа№2 Составление опорного конспекта по теме: Объемы и площади различных тел Самостоятельная работа№3 Выполнение домашней контрольной работы №2 по теме: Решение прикладных задач на нахождение объемов и площадей различных тел	1 2	
Раздел 2.	**Основные понятия дифференциального и интегрального исчисления**	**35**	
Тема 2.1. Функция. Предел функции. Непрерывность функции	Функции одной независимой переменной. Определение предела функции; теоремы о пределах функции; первый и второй замечательные пределы функции; непрерывность функций.	2	2
	Практическая работа № 3.Вычисление пределов функций	2	2
	Самостоятельная работа №4 Выполнение домашней контрольной работы №3 по теме: Вычисление пределов функций с помощью различных методов и замечательных пределов	2	
Тема 2.2. Производная и дифференциал функции, их приложение к решению прикладных задач	Определение производной, ее геометрический смысл; таблица производных; формулы производных произведения, суммы, частного; вычисление производной функции при данном значении аргумента; исследование функции с помощью производной	2	2
	Практическая работа № 4. Вычисление производной функции в точке Практическая работа №5. Исследование функции с помощью производной	2 2	2
	Самостоятельная работа№5 Составление опорного конспекта по теме: «Производная» Самостоятельная работа №6 Выполнение домашней контрольной работы №4 по теме: Исследование функции с помощью производной	1 3	

Тема 2.3 Интеграл и его приложения	Неопределенный интеграл. Непосредственное интегрирование. Замена переменной. Определенный интеграл. Вычисление определенного интеграла. Геометрический смысл определенного интеграла. Приложение интеграла к решению прикладных задач	4	2
	Практическая работа № 6. Интегрирование простейших функций. Практическая работа № 7. Вычисление простейших определенных интегралов.	2 2	2
	Самостоятельная работа № 7 Составление опорного конспекта по теме: Неопределенный интеграл. Определенный интеграл Самостоятельная работа №8 Выполнение домашней контрольной работы №5 по теме: Интегрирование функций различными методами Самостоятельная работа №9 Выполнение домашней контрольной работы №6 по теме: Приложение интеграла к решению прикладных задач	1 2 2	
Тема 2.4 Ряды	Числовые ряды. Сходимость и расходимость числовых рядов. Признак сходимости Даламбера. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость рядов.	2	1
	Практическая работа № 8. Определение сходимости рядов по признаку Даламбера, определение сходимости знакопеременных рядов	2	2
	Самостоятельная работа №10.Выполнение домашней контрольной работы №7 по теме: «Числовые ряды. Сходимость числовых рядов.	2	
Раздел 3	**Основные численные методы.**	**8**	
Тема 3.1 Численное интегрирование	Практическая работа№9. Вычисление определенных интегралов по формулам прямоугольников, трапеций и формулам Симпсона. Вычисление абсолютной погрешности при численном интегрировании.	2	1
Тема 3.2 Численное дифференцирование	Практическая работа№10. Численное дифференцирование. Формулы приближенного дифференцирования, основанные на интерполяционных формулах Ньютона. Погрешность в определении производной. Практическая работа № 11. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений методом Эйлера.	2 2	1 2
	Самостоятельная работа №11 Выполнение домашней контрольной работы №8 по теме: Основные численные методы.	2	
Раздел 4	**Элементы линейной алгебры.**	**20**	
Тема 4.1 Матрицы, определители.	Матрицы, операции над ними. Определители матриц, их вычисление. Обратная матрица	2	2
	Практическая работа № 12. Выполнение действий над матрицами. Вычисление определителей матриц. Практическая работа № 13. Составление обратных матриц.	2 2	2

	Самостоятельная работа 12.Выполнение домашней контрольной работы №9 по теме: Действия над матрицами. Вычисление определителей Самостоятельная работа№13.Выполнение домашней контрольной работы №10 по теме: Составление матрицы, обратной данной.	2 2	
Тема 4.2 Решение систем линейных уравнений	Системы n линейных уравнений с n переменными. Решение систем линейных уравнений матричным методом, методом Гаусса и по формулам Крамера. Решение прикладных задач.	2	2
	Практическая работа № 14. Решение систем линейных уравнений матричным методом. Практическая работа № 15. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса и по формулам Крамера.	2 2	2
	Самостоятельная работа №14 .Выполнение домашней контрольной работы №11 по теме: Решение систем линейных уравнений матричным методом. Самостоятельная работа №15.Выполнение домашней контрольной работы №12 по теме: Решение систем линейных уравнений методом Гаусса, методом Крамера	2 2	
Раздел 5	**Основы теории комплексных чисел**	**17**	
Тема 5.1 Комплексные числа, заданные в алгебраической форме и действия над ними	Алгебраическая форма комплексного числа, действия над ними. Решение уравнений, содержащих комплексные числа.	1	2
	Практическая работа № 16. Действия над комплексными числами, заданными в алгебраической форме.	1	
	Самостоятельная работа №16.Выполнение домашней контрольной работы №13 по теме: Действия над комплексными числами, заданными алгебраически	2	
Тема 5.2 Комплексные числа, заданные в тригонометрической форме и действия над ними	Геометрическая интерпретация комплексного числа. Тригонометрическая форма записи комплексного числа. Действия над комплексными числами, заданными в тригонометрической форме.	2	2
	Практическая работа № 17. Действия над комплексными числами, заданными в в тригонометрической форме.	2	
	Самостоятельная работа №17. Выполнение домашней контрольной работы №14 по теме: Действия над комплексными числами, заданными в тригонометрической форме.	2	
Тема 5.3 Показательная функция с комплексным показателем	Показательная функция с комплексным показателем. Формула Эйлера. Операции над показательными функциями с комплексным показателем	1	2
	Практическая работа № 18. Действия над показательными функциями с комплексным показателем. Практическая работа № 19. Применение комплексных чисел в расчете физических величин	1 2	
	Самостоятельная работа №18 Составление опорного конспекта по теме: Основы теории комплексных чисел Самостоятельная работа №19 Выполнение домашней контрольной работы №15 по теме: Действия над комплексными числами, заданными различными формами	1 2	

Раздел 6	**Основы теории вероятностей и математической статистики**	**24**	
Тема 6.1 Элементы теории вероятностей	Задачи теории вероятностей. Элементы комбинаторики: перестановки, сочетания, размещения. События и их виды. Алгебра событий. Относительная частота и вероятность события (классическое определение). Основные аксиомы теории вероятностей. Повторение независимых испытаний. Случайные величины – дискретные и непрерывные. Числовые характеристики дискретных случайных величин, плотности распределения. Вероятность попадания значения случайной величины в заданный интервал.	4	2
	Практическая работа № 20. Вычисление вероятностей событий с использованием теорем сложения и умножения вероятностей событий.. Практическая работа № 21. Вычисление вероятностей событий повторных независимых испытаний и полной вероятности событий. Практическая работа № 22. Числовые характеристики случайной величины	2 2 2	2
	Самостоятельная работа №20.Составление опорного конспекта по теме: Элементы теории вероятностей Самостоятельная работа №21.Выполнение домашней контрольной работы №16 по теме: Решение задач с применением элементов комбинаторики на вычисление вероятностей событий.	1 2	
Тема 6.2 Элементы математической статистики	Область применения и задачи математической статистики. Понятие о генеральной совокупности и выборке, представительность выборки, способы ее отбора. Статистическое распределение выборки. Первичная обработка статистических данных, элементы выборки, формирование вариационного ряда. Статистическая оценка параметров распределения (выборочного среднего, выборочной дисперсии, выборочного стандартного отклонения), формулы для их вычисления. Понятие о статистической проверке гипотез.	4	2
	Практическая работа № 23. Первичная обработка статистических данных Практическая работа № 24. Статистическая оценка параметров распределения	2 2	2
	Самостоятельная работа №22. Составление опорного конспекта по теме « Элементы математической статистики» Самостоятельная работа №23.Выполнение домашней контрольной работы №17 по теме: Построение гистограмм и полигонов частот с использованием статистических данных выборки	1 2	
Всего:		123	

Требования к выполнению и оформлению контрольной работы

1. К выполнению контрольной работы приступать только тогда, когда требуемый материал тщательно изучен.
2. Контрольная работа должна быть правильно оформлена: на обложке тетради указывается дисциплина, по которой выполняется контрольная работа, специальность, вариант, ФИО обучающегося и преподавателя.
3. В тетради нужно оставить поля, в конце 1-2 страницы для рецензии.
4. Контрольная работа должна быть написана грамотно (без стилистических и грамматических ошибок), не должно быть ошибок по существу предмета.
5. В начале работы указывается номер варианта, затем текст задачи, решение и ответ. При необходимости записи сопровождать чертежами, рисунками, таблицами. Записи выполняются четко и разборчиво.
6. Допускается выполнение контрольной работы на листах формата А4. Текст печатается на одной стороне с интервалом 1,5; параметры шрифта: гарнитура шрифта – Times New Roman, кегль шрифта – 14 пунктов, цвет текста – авто (черный); параметры абзаца: выравнивание текста – по ширине страницы, отступ первой строки -1,25 см, межстрочный интервал – полуторный; поля: верхнее и нижнее поля – 20 мм, левое поле 30 мм, правое – 15 мм;
7. В конце контрольной работы указывается перечень литературы, которой обучающийся пользовался при выполнении контрольной работы (фамилия автора, название книги и год издания).
8. При возврате контрольной работы обучающийся должен внимательно прочитать рецензию преподавателя, выполнить все его рекомендации и советы. Исправления необходимо выполнить в той же тетради и сдать контрольную работу повторно.
9. Контрольная работа должны быть предоставлена в учебную часть в срок, указанный в учебном графике.
10. Выполненные контрольные работы оцениваются оценкой «зачтено» или «не зачтено». Контрольные работы, выполненные небрежно, не по своему варианту возвращаются обучающемуся без проверки.
11. Обучающиеся, не выполнившие контрольную работу по учебной дисциплине, к экзамену не допускаются.
12. Контрольная работа предусматривает 30 вариантов. Вариант контрольной работы должен соответствовать номеру списка в журнале.
13. Контрольная работа состоит из решения 5 задач.
14. Решение задач оформляется в соответствии с примером, приведенным в контрольной работе. Каждая задача записывается на новой странице.
15. По всем вопросам, которые возникают в процессе изучения материала и выполнения контрольной работы, следует обращаться к преподавателю за консультацией.

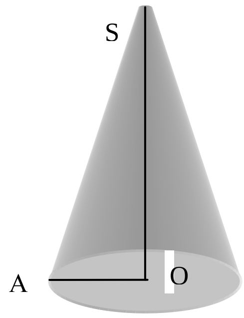
Методические указания по выполнению контрольной работы.

Задание № 1
Применение формул площадей поверхностей и объемов геометрических тел

<table>
<tr><td>ПРЯМАЯ ПРИЗМА</td><td>$S_{бок} = P_{осн}h$
$S_{полн} = 2S_{осн} + S_{бок}$</td><td>$V = S_{осн}h$</td></tr>
<tr><td colspan="3">$S_{бок}$ – площадь боковой поверхности, $S_{полн}$ – площадь полной поверхности
$P_{осн}$ – периметр основания, $S_{осн}$ – площадь основания
h – высота призмы, V – объем</td></tr>
<tr><td>ЦИЛИНДР</td><td>$S_{бок} = 2\pi Rh$
$S_{полн} = 2S_{осн} + S_{бок}$</td><td>$V = \pi R^2 h$</td></tr>
<tr><td colspan="3">$S_{бок}$ – площадь боковой поверхности, $S_{полн}$ – площадь полной поверхности
h – высота цилиндра, $S_{осн} = \pi R^2$
V – объем</td></tr>
<tr><td>КОНУС</td><td>$S_{бок} = \pi Rl$
$S_{полн} = S_{осн} + S_{бок}$</td><td>$V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$</td></tr>
<tr><td colspan="3">$S_{бок}$ – площадь боковой поверхности, $S_{полн}$ – площадь полной поверхности
h – высота конуса, $S_{осн} = \pi R^2$
l – образующая конуса, V – объем</td></tr>
</table>

Задача. Куча щебня имеет форму конуса, образующая которого равна 25 м, а диаметр основания 20 м. Сколько рейсов должен сделать двадцатитонный самосвал, чтобы перевезти эту кучу? Плотность щебня 2400 кг/$м^3$.

Дано: Конус
AS = 25 м
R = AO = 20 м/2 = 10 м
M = 20 т
ρ = 2400 кг/$м^3$
Найти количество рейсов



Решение:
Найдем объем кучи щебня с помощью формулы объема конуса. Найдем высоту конуса по теореме Пифагора из прямоугольного треугольника AOS. $SO^2 = AS^2 - AO^2 = 25^2 - 10^2$

h = SO = 22,9м . Найдем объем $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h =$ 2397 ($м^3$).

Найдем вес щебня 2397·2400 = 5752800(кг)

Найдем количество рейсов для двадцатитонного самосвала 5752800:20000=287.64.

Ответ: 288 рейсов.

Задание № 2

Теория пределов функции

Пусть функция *y = f(x)* определена в некоторой окрестности точки x_0, быть может, за исключением самой точки x_0.

Определение 1. Число А называется пределом функции *y= f(x)* при *x* стремящемся к
x_0 (или в точке x_0), если для любой последовательности аргументов $x_n \to x_0$
соответствующая последовательность значений функций $f(x_n) \to$ А.

Если А есть предел функции *f(x)* в точке x_0, то пишут $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = A$,

или $f(x) \to A$ при $x \to x_0$.

Определение 2. Функция f(x) называется бесконечно малой при $x \to x_0$, если $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = 0$.

Определение 3. Функция f(x) называется бесконечно большой при $x \to x_0$, если $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = \infty$.

Заметим, что если функция α(x) является бесконечно малой (бесконечно большой) при $x \to x_0$, то функция $\frac{1}{\alpha(x)}$ - бесконечно большая (бесконечно малая) при $x \to x_0$

Основные теоремы о пределах

Теорема 1. Если функции *f(x)* и *g(x)* определены в некоторой окрестности точки а, возможно, за исключением самой точки а, и существуют пределы $\lim\limits_{x \to a} f(x), \lim\limits_{x \to a} g(x)$, то существуют пределы их суммы $\lim\limits_{x \to a}(f(x) + g(x))$, произведения $\lim\limits_{x \to a} f(x)g(x)$ и, если g(x)$\neq 0$, $\lim\limits_{x \to a} g(x) \neq 0$, то и частного $\lim\limits_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)}$ и имеют место равенства:

а) $\lim\limits_{x \to a}(f(x) + g(x)) = \lim\limits_{x \to a} f(x) + \lim\limits_{x \to} g(x)$,

б) $\lim\limits_{x \to a}(f(x)g(x)) = \lim\limits_{x \to a} f(x) \cdot \lim\limits_{x \to a} g(x)$,

в) $\lim\limits_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim\limits_{x \to a} f(x)}{\lim\limits_{x \to a} g(x)}$, при g(x)$\neq 0$ и $\lim\limits_{x \to a} g(x) \neq 0$.

Свойства пределов

1.Постоянный множитель может быть вынесен из-под знака предела.

$\lim\limits_{x \to a} cf(x) = c \lim\limits_{x \to a} f(x)$

2.Предел разности равен разности пределов.

$\lim\limits_{x \to a}(f(x) - g(x)) = \lim\limits_{x \to a} f(x) - \lim\limits_{x \to a} g(x)$

3.Предел степени равен степени предела.

Если n$\in N$, то $\lim\limits_{x\to a}(f(x))^n=(\lim\limits_{x\to a}f(x))^n$

Задача. Вычислить пределы функции:

а) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-4x+3}{x-3}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{6x^2-3x}{x^2+1}$, в) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x-7}{x^3+3}$, г) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^4-5x}{x-2}$,

Решение:

а) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-4x+3}{x-3}=\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{(x-3)(x-1)}{(x-3)}=\lim\limits_{x\to 3}(x-1)=3-1=2$.

Так как при x=3, числитель и знаменатель дроби обращаются в нуль, следовательно, теорему о пределе частного применить нельзя. Числитель раскладываем на множители

$x^2-4x+3=(x-3)(x-1)$ по формуле $ax^2+вx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$, где x_1,x_2 - корни

квадратного трехчлена.

б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{6x^2-3x}{x^2+1}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\frac{6x^2}{x^2}-\frac{3x}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2}+\frac{1}{x^2}}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{6-\frac{3}{x}}{1+\frac{1}{x^2}}=\dfrac{6-0}{1+0}=6$.

Так как числитель и знаменатель дроби обращаются в ∞, то частное $\dfrac{\infty}{\infty}$ неопределенно.

Делим числитель и знаменатель дроби на x^2.

в) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x-7}{x^3+3}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\frac{x}{x^3}-\frac{7}{x^3}}{\frac{x^3}{x^3}+\frac{3}{x^3}}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\frac{1}{x^2}-\frac{7}{x^3}}{1+\frac{3}{x^3}}=\dfrac{0-0}{1+0}=\dfrac{0}{1}=0$.

г) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^4-5x}{x-2}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\frac{x^4}{x^4}-\frac{5x}{x^4}}{\frac{x}{x^4}-\frac{2}{x^4}}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1-\frac{5}{x^4}}{\frac{1}{x^3}-\frac{2}{x^4}}=\dfrac{1-0}{0-0}=\dfrac{1}{0}=\infty$.

Задание № 3
Решение систем линейных уравнений

Пример 1. Решить систему уравнений

$$\begin{cases}x-2y+z=-1\\2x+y-z=-3\\x-5y-z=-8\end{cases}$$

Решение:

1 способ. Решим с помощью обратной матрицы

Запишем систему уравнений в матричном виде AX = B, где

Матрица коэффициентов $A=\begin{pmatrix}1&-2&1\\2&1&-1\\1&-5&-1\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}-1\\-3\\-8\end{pmatrix}$

1 способ. Решим с помощью обратной матрицы

Определитель матрицы А

$$\Delta=\begin{vmatrix}1 & -2 & 1\\ 2 & 1 & -1\\ 1 & -5 & -1\end{vmatrix}=1\cdot\begin{vmatrix}1 & -1\\ -5 & -1\end{vmatrix}+2\cdot\begin{vmatrix}2 & -1\\ 1 & -1\end{vmatrix}+1\cdot\begin{vmatrix}2 & 1\\ 1 & -5\end{vmatrix}=(-1-5)+2(-2+1)+(-10-1)=-6-2-11=-19$$

Транспонируем матрицу А

$A^T=\begin{pmatrix}1 & 2 & 1\\ -2 & 1 & -5\\ 1 & -1 & -1\end{pmatrix}$. Найдем алгебраические дополнения к элементам транспонированной матрицы.

$A_{11}=(-1)^{1+1}\begin{vmatrix}1 & -5\\ -1 & -1\end{vmatrix}=-1-5=-6$, $A_{21}=(-1)^{2+1}\begin{vmatrix}2 & 1\\ -1 & -1\end{vmatrix}=-(-2+1)=1$,

$A_{31}=(-1)^{3+1}\begin{vmatrix}2 & 1\\ 1 & -5\end{vmatrix}=-10-1=-11$

$A_{12}=(-1)^{1+2}\begin{vmatrix}-2 & -5\\ 1 & -1\end{vmatrix}=-(2+5)=-7$, $A_{22}=(-1)^{2+2}\begin{vmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{vmatrix}=-1-1=-2$,

$A_{32}=(-1)^{3+2}\begin{vmatrix}1 & 1\\ 2 & -1\end{vmatrix}=-(-1-2)=3$

$A_{13}=(-1)^{1+3}\begin{vmatrix}-2 & 1\\ 1 & -1\end{vmatrix}=2-1=1$, $A_{23}=(-1)^{2+3}\begin{vmatrix}1 & 2\\ 1 & -1\end{vmatrix}=-(-1-2)=3$, $A_{33}=(-1)^{3+3}\begin{vmatrix}1 & 2\\ -2 & 1\end{vmatrix}=1+4=5$

Составим матрицу из алгебраических дополнений $\overline{A}=\begin{pmatrix}-6 & -7 & 1\\ 1 & -2 & 3\\ -11 & 3 & 5\end{pmatrix}$

Составим матрицу, обратную матрице А по формуле $A^{-1}=\dfrac{1}{\Delta}\overline{A}$

$$A^{-1}=\frac{1}{-19}\begin{pmatrix}-6 & -7 & 1\\ 1 & -2 & 3\\ -11 & 3 & 5\end{pmatrix}$$

Найдем решение системы уравнений по формуле $X=A^{-1}B$

$$X=\frac{1}{-19}\begin{pmatrix}-6 & -7 & 1\\ 1 & -2 & 3\\ -11 & 3 & 5\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1\\ -3\\ -8\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-6\cdot(-1)-7\cdot(-3)+1\cdot(-8)\\ 1\cdot(-1)-2\cdot(-3)+3\cdot(-8)\\ -11\cdot(-1)+3\cdot(-3)+5\cdot(-8)\end{pmatrix}=-\frac{1}{19}\begin{pmatrix}19\\ -19\\ -38\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\ 1\\ 2\end{pmatrix}$$

Проверка: $\begin{cases}-1-2\cdot1+2=-1\\ 2\cdot(-1)+1-2=-3\\ -1-5\cdot1-2=-8\end{cases}$, верно.

Ответ: (- 1; 1; 2)

2 способ. Решим с помощью формул Крамера.

Определитель матрицы А

$$\Delta=\begin{vmatrix}1 & -2 & 1\\ 2 & 1 & -1\\ 1 & -5 & -1\end{vmatrix}=1\cdot\begin{vmatrix}1 & -1\\ -5 & -1\end{vmatrix}+2\cdot\begin{vmatrix}2 & -1\\ 1 & -1\end{vmatrix}+1\cdot\begin{vmatrix}2 & 1\\ 1 & -5\end{vmatrix}=(-1-5)+2(-2+1)+(-10-1)=-6-2-11=-19$$

.

Заменим 1 столбец матрицы А на столбец В и найдем определитель полученной матрицы.

$$\Delta_1=\begin{vmatrix}-1 & -2 & 1\\ -3 & 1 & -1\\ -8 & -5 & -1\end{vmatrix}=-1\cdot\begin{vmatrix}1 & -1\\ -5 & -1\end{vmatrix}+2\cdot\begin{vmatrix}-3 & -1\\ -8 & -1\end{vmatrix}+1\cdot\begin{vmatrix}-3 & 1\\ -8 & 5\end{vmatrix}=-(-1-5)+2(3-8)+(15+8)=$$

$$=6-10+23=19$$

Заменим 2 столбец матрицы А на столбец В и найдем определитель полученной матрицы.

$$\Delta_2=\begin{vmatrix}1 & -1 & 1\\ 2 & -3 & -1\\ 1 & -8 & -1\end{vmatrix}=1\cdot\begin{vmatrix}-3 & -1\\ -8 & -1\end{vmatrix}+1\cdot\begin{vmatrix}2 & -1\\ 1 & -1\end{vmatrix}+1\cdot\begin{vmatrix}2 & -3\\ 1 & -8\end{vmatrix}=(3-8)+(-2+1)+(-16+3)=-5-1-13=-19$$

Заменим 3 столбец матрицы А на столбец В и найдем определитель полученной матрицы.

$$\Delta_3=\begin{vmatrix}1 & -2 & -1\\ 2 & 1 & -3\\ 1 & -5 & -8\end{vmatrix}=1\cdot\begin{vmatrix}1 & -3\\ -5 & -8\end{vmatrix}+2\cdot\begin{vmatrix}2 & -3\\ 1 & -8\end{vmatrix}-1\cdot\begin{vmatrix}2 & 1\\ 1 & -5\end{vmatrix}=(-8-15)+2(-16+3)-(-10-1)=-23-26+11=-38$$

Найдем неизвестные по формулам Крамера

$$x=\frac{\Delta_1}{\Delta},\quad y=\frac{\Delta_2}{\Delta},\quad z=\frac{\Delta_3}{\Delta}$$

$$x=\frac{19}{-19}=-1,\quad y=\frac{-19}{-19}=1,\quad z=\frac{-38}{-19}=2$$

Проверка выполняется, как и в 1 способе.

Ответ: (- 1; 1; 2)

2 способ. Решим методом Гаусса.

Составим расширенную матрицу из коэффициентов и свободных членов

$$\left(\begin{array}{ccc|c}1 & -2 & 1 & -1\\ 2 & 1 & -1 & -3\\ 1 & -5 & -1 & -8\end{array}\right)\left(\begin{array}{ccc|c}1 & -2 & 1 & -1\\ 0 & 5 & -3 & -1\\ 0 & -3 & -2 & -7\end{array}\right)\left(\begin{array}{ccc|c}1 & -2 & 1 & -1\\ 0 & 5 & -3 & -1\\ 0 & 0 & -19 & -38\end{array}\right)$$

1. Умножим 1 строку на (-2) и сложим поэлементно со 2 строкой, результат запишем во 2 строку.

Умножим 1 строку на (-1) и сложим поэлементно с 3 строкой, результат запишем в 3 строку.

2. Умножим 2 строку на 3, а 3строку на 5, сложим и запишем в 3 строку.

Составим систему уравнений, используя полученную матрицу треугольного вида

$$\begin{cases} x-2y+z=-1 \\ 5y-3z=-1, \\ -19z=-38 \end{cases} \begin{cases} x-2y+2=-1 \\ 5y-3\cdot 2=-1, \\ z=2 \end{cases} \begin{cases} x-2\cdot 1+2=-1 \\ y=1 \ , \\ z=2 \end{cases} \begin{cases} x=-1 \\ y=1 \\ z=2 \end{cases}.$$

Проверка выполняется, как и в 1 способе.
Ответ: (- 1; 1; 2)

Задание № 4
Производная функции

Определение 1. Производной функции $y=f(x)$ в точке x_o называется предел отношения приращения функции к приращению аргумента, когда приращение аргумента стремится к нулю.

$$y'=f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta f}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$$

Операция нахождения производной называется дифференцированием.
Если $y=f(u)$ и $u=u(x)$ дифференцируемые функции своих аргументов, то производная сложной функции $y=f(u(x))$ существует и она равна произведению производной y по промежуточному аргументу u на производную промежуточного аргумента u по независимой переменной x.

$$y'(x)=y'(u)\cdot u'(x)$$

Аналогичная формула верна и для сложных функций, которые задаются с помощью цепочки, содержащей три и более звена.

Правила дифференцирования

Пусть $u=u(x), v=v(x)$, тогда:

1. $(u\pm v)'=u'\pm v'$, 2. $(u\cdot v)'=u'\cdot v+u\cdot v'$,

3. $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'\cdot v-u\cdot v'}{v^2}$, 4. $(c\cdot u)'=c\cdot u'$.

Таблица производных

1. C′=0
2. x′=1
3. $(u^n)'=n\cdot u^{n-1}\cdot u'$
4. $(a^u)'=a^u\ln a\cdot u'$, $a\rangle 0, a\neq 1$
5. $(e^u)'=e^u\cdot u'$
9. $(\cos u)'=-\sin u\cdot u'$
10. $(tgu)'=\frac{u'}{\cos^2 u}$
11. $(ctgu)'=-\frac{u'}{\sin^2 u}$
12. $(\arcsin u)'=\frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$
13. $(\arccos u)'=-\frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$

6. $(\ln u)' = \dfrac{u'}{u}, u \rangle 0,$

7. $(\log_a u)' = \dfrac{u'}{u \cdot \ln a}, u \rangle 0, a \rangle 0, a \neq 1$

8. $(\sin u)' = \cos u \cdot u'$

14. $(arctgu)' = \dfrac{u'}{1+u^2}$

15. $(arcctgu)' = -\dfrac{u'}{1+u^2}$

Физический смысл производной:

При прямолинейном движении точки скорость v в данный момент времени t = t_o есть производная от пути s по времени t, вычисленная при t = t_o.

Алгоритм нахождения экстремумов функции

1. *Найти производную функции.*
2. *Найти критические точки, решив уравнение* $y' = 0$.
3. *Исследовать знак производной в промежутках, на которые критические точки делят область определения функции.*
4. *Сделать вывод о критических точках. Если при переходе через критическую точку x_o производная меняет знак с минуса на плюс, то x_o – точка минимум, а если с плюса на минус, то x_o – точка максимум. Если производная не меняет знак, то экстремума в критической точке нет.*

Задача 1: Закон прямолинейного движения тела задан уравнением $s(t) = 2t^3 - 6t^2 + 17t \quad м$. В какой момент времени скорость движения тела будет минимальной?

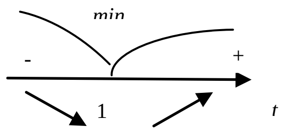
Решение. Найдем производную заданной функции, т.е. закон изменения скорости тела $s'(t) = 6t^2 - 12t + 17 \quad м/сек$,

Найдем вторую производную функции $s''(t) = 12t - 12 \quad м/сек$

Найдем критические точки

$12t - 12 = 0$,

$t = 1$,



Определим знак производной на промежутках $(-\infty:1), (1;+\infty)$. $t = 1$ является точкой минимума, т.к. при переходе через эту точку производная функции меняет свой знак с + на -.

Ответ: скорость будет минимальной на 1 секунде.

Задача 2. Зависимость температуры тела от времени задана уравнением $T = t^2 - 12t + 38$ град. С какой скоростью нагревается тело в момент времени Т=10мин?

Решение: найдем производную функции

$T' = 2t - 12$, $T'(10) = 2 \cdot 10 - 12 = 188$ град/мин.

Ответ: тело за десятую минуту нагревается со скоростью 188 град/мин.

Задача 3.Одно из тел движется по закону $S = t^3 + t^2 - 27t$ м, а другое по закону $S = t^2 + 10$ м. Определите момент, когда скорости этих тел окажутся равными.
Решение. Найдем производные функций.
$S' = 3t^2 + 2t - 27$, $S' = 2t$. Приравняем их и решим уравнение $3t^2 + 2t - 27 = 2t$, $3t^2 = 27$

$t_1 = 3,\ t_2 = -3,$- не удовлетворяет условию задачи.
Ответ: На третьей секунде скорости тел будут равны.

Задание № 5
Приближенное вычисление определенных интегралов

Если *y = f(x)* – непрерывная и дифференцируемая достаточное число раз на отрезке $[a;в]$ функция и $h = \frac{в - a}{n}$, $x_k = x_0 + kh$ ($k = 0,1,2,\dots,n$),
$y_k = f(x_k)$, то имеют место формулы для приближенного вычисления определенных интегралов.

Формула прямоугольников $\int_a^b f(x)dx = h(y_0 + y_1 + y_2 + ... + y_{n-1}) \pm R_n$,

Предельная абсолютная погрешность $R_n \le \frac{h}{2}(b - a)\max_{[a,b]}|f'(x)|$

Формула трапеций $\int_a^b f(x)dx = h(\frac{y_0 + y_n}{2} + y_1 + y_2 + ... + y_{n-1}) \pm R_n$,

Предельная абсолютная погрешность $R_n \le \frac{h^2}{12}(b - a)\max_{[a,b]}|f''(x)|$

Формула Симпсона

$$2\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3}[\ (y_0 + y_{2k}) + 4(y_1 + y_3 ... + y_{2n-1}) + 2(y_2 + y_4 + ... y_{2k-2})\ ] \pm R_n$$

Предельная абсолютная погрешность $R_n \le \frac{h^4}{180}(b - a)\max_{[a,b]}|f^{IV}(x)|$

Если отыскание производной четвертого порядка вызывает затруднения, то для оценки погрешности применяют следующий прием.
Полагая n = 4k, вычисляют приближенное значение данного интеграла по формуле Симпсона для шага $h = \frac{b - a}{4k}$, пусть это значение есть I_1, затем шаг удваивают и вычисление по формуле Симпсона проводят для шага $h_1 = \frac{b - a}{2k}$, пусть это значение есть I_2. Погрешность находится по формуле $\delta \approx \frac{I_1 - I_2}{15}$.
.

Пример. *Вычислить по формуле прямоугольников* $\int_1^2 \sqrt{x}dx$, *если шаг h=0,2. Оценить погрешность.*

Решение. Здесь $y=\sqrt{x}$, *шаг* $h = 0,2$. *Точками деления отрезка* $[1;2]$*служат числа*

$x_0 = 1, x_1 = 1,2, x_2 = 1,4, x_3 = 1,6, x_4 = 1,8.$

Найдем соответствующие значения подынтегральной функции:

$y_0 = \sqrt{x_0} = \sqrt{1} = 1,\ \ y_1 = \sqrt{x_1} = \sqrt{1,2} = 1,095,\ \ y_2 = \sqrt{x_2} = \sqrt{1,4} = 1,183,$

$y_3 = \sqrt{x_3} = \sqrt{1,6} = 1,265,\ \ y_4 = \sqrt{x_4} = \sqrt{1,8} = 1,342.$

Используя формулу прямоугольников, получим

$$\int_1^2 \sqrt{x}dx = 0,2(1 + 1,095 + 1,183 + 1,265 + 1,342) \pm R_n = 0,2\cdot 5,885 \pm R_n \approx 1,177 \pm R_n .$$

Оценим погрешность. Производная ции $y' = (\sqrt{x})' = (x^{\frac{1}{2}})' = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ *достигает на отрезке* $[1,2]$ *наибольшего значения в точке* $x = 1, y'(1) = \frac{1}{2\sqrt{1}} = 0,5$. *Таким образом,*

$|f'(x)| = \frac{1}{2}$. *Применим формулу* $R_n \le \frac{h}{2}(b-a)\max\limits_{[a,b]}|f'(x)| = \frac{0,2}{2}\cdot 1\cdot 0,5 = 0,05$

Следовательно, $\int_1^2 \sqrt{x}dx = 1,177 \pm 0,05.$

Пример. *Вычислить по формуле трапеций* $\int_1^2 \sqrt{x}dx$, *если шаг h=0,2. Оценить погрешность.*

Решение. Здесь $y=\sqrt{x}$, *шаг* $h = 0,2$. *Точками деления служат*

$x_0 = 1, x_1 = 1,2, x_2 = 1,4, x_3 = 1,6, x_4 = 1,8\ x_5 = 2.$

Найдем соответствующие значения подынтегральной функции:

$y_0 = \sqrt{x_0} = \sqrt{1} = 1,\ \ y_1 = \sqrt{x_1} = \sqrt{1,2} = 1,095,\ \ y_2 = \sqrt{x_2} = \sqrt{1,4} = 1,183,$

$y_3 = \sqrt{x_3} = \sqrt{1,6} = 1,265,\ \ y_4 = \sqrt{x_4} = \sqrt{1,8} = 1,342,\ \ y_5 = \sqrt{x_5} = \sqrt{2} = 1,414$

Используя формулу трапеций, получим

$$\int_1^2 \sqrt{x}dx = 0,2\left(\frac{1+1,414}{2} + 1,095 + 1,183 + 1,265 + 1,342\right) \pm R_n = 0,2\cdot 6,092 \pm R_n \approx 1,2184 \pm R_n.$$

Оценим погрешность. Производная функции $y' = (\sqrt{x})' = (x^{\frac{1}{2}})' = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$,

вторая производная $|y''| = \frac{1}{4\sqrt{x^3}}$ *достигает на отрезке* $[1,2]$ *наибольшего значения в точке* $x = 1, y''(1) = \frac{1}{4\sqrt{1}} = 0,25$.

Применим формулу $R_n \le \frac{h}{2}(b-a)\max\limits_{[a,b]}|f'(x)| = \frac{0,2}{2}\cdot 1\cdot 0,25 = 0,025$

Ответ: $\int\limits_1^2 \sqrt{x}dx \approx 1,2184 \pm\ 0,025.$

Пример. *Вычислить по формуле Симпсона* $\int\limits_1^2 \sqrt{x}dx$, *если шаг h=0,2. Оценить погрешность.*

Решение. Здесь $y=\sqrt{x}$, *при n = 8, имеем h =* $0,125$. *Точками деления служат*

$x_0 = 1, x_1 = 1,125, x_2 = 1,25, x_3 = 1,375, x_4 = 1,5,\ x_5 = 1,625, x_6 = 1,75, x_7 = 1,875, x_8 = 2$.

Найдем соответствующие значения подынтегральной функции:

$y_0 = \sqrt{x_0} = \sqrt{1} = 1,\ \ y_1 = \sqrt{x_1} = \sqrt{1,125} = 1,06066,\ \ y_2 = \sqrt{x_2} = \sqrt{1,25} = 1,11803,$

$y_3 = \sqrt{x_3} = \sqrt{1,375} = 1,17260,\ y_4 = \sqrt{x_4} = \sqrt{1,5} = 1,22474,\ y_5 = \sqrt{x_5} = \sqrt{1,625} = 1,27475$

$y_6 = \sqrt{x_6} = \sqrt{1,75} = 1,32288\ \ y_7 = \sqrt{x_7} = \sqrt{1,875} = 1,36931\ \ y_8 = \sqrt{x_8} = \sqrt{2} = 1,414.$

Используя формулу Симпсона, получим

$$I_1 = \int\limits_a^b f(x)dx = \frac{h}{3}\left[\ (y_0+y_8)+4(y_1+y_3+y_5+y_7)+2(y_2+y_4+y_6)\ \right]+R_n =$$

$$=\frac{0,125}{3}\left[(1+1,41421)+4(1,06066+1,17260+1,27475+1,36931)+2(1,11803+1,22474+\right.$$
$$\left.+1,32288)\right]+R_n = 0,04166\left[2,41421+19,50928+7,3313\right] = 1,2187545.$$

Оценим погрешность по формуле $\delta \approx \frac{I_1 - I_2}{15}$. $\boldsymbol{I}_1$ =1,2187545. *Вычислим* $\boldsymbol{I}_2$ *для шага*
h = 0,25.

$y_0 = \sqrt{x_0} = \sqrt{1} = 1,\ \ y_1 = \sqrt{x_1} = \sqrt{1,25} = 1,11803,\ \ y_2 = \sqrt{x_2} = \sqrt{1,5} = 1,22474,$

$y_3 = \sqrt{x_3} = \sqrt{1,75} = 1,32288,\ \ y_4 = \sqrt{x_4} = \sqrt{2} = 1,414.$

$$I_2 = \int\limits_a^b f(x)dx = \frac{h}{3}\left[\ (y_0+y_4)+4(y_1+y_3)+2y_2\ \right]+R_n =$$

$$\frac{0,25}{3}\left[1+1,41421+4(1,11803+1,32288)+2\cdot 1,22474\right]+R_n = 0,08333\cdot\left[2,41421+9,78732+2,44948\right]+$$
$$+R_n = 1,22087 + R_n$$

$$\delta \approx \frac{I_1 - I_2}{15} = \frac{1,22087 - 1,2187545}{15} = 0,00014$$

$$\int\limits_1^2 \sqrt{x}dx \approx 1,218754 \pm\ 0,00014.$$

Контрольная работа

Задание № 1. Решить задачу:

1. Под нефтехранилище вырыли котлован, имеющий форму цилиндра, у которого диаметр равен 30 м, а высота 4,2 м. Сколько кубов земли вынуто на поверхность? Сколько надо сделать рейсов грузовику, если он за рейс может вывезти 18 кубов земли.

2. Требуется покрасить 12 цистерн, имеющих форму цилиндра. Радиус основания равен 1,5 м, высота 5м. Сколько будет израсходовано банок краски весом 5 кг, если расход краски на 1 $м^2$ -250 г, а производственные потери составляют 1,4%.

3. Куча щебня имеет форму конуса, образующая которого равна 5 м, а диаметр основания 11,5м. Сколько рейсов должен сделать двадцатитонный самосвал, чтобы перевезти эту кучу? Плотность щебня 2200 кг/$м^3$.

4. Под нефтехранилище вырыли котлован, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда, у которого стороны основания равны 10м и 5м, а высота 1,4м. Сколько кубов земли вынуто на поверхность? Сколько надо сделать рейсов грузовику, если он за рейс может вывезти 15 кубов земли.

5. Требуется покрасить 8 труб, длиной 20м, радиус которых равен 22 мм. Сколько будет израсходовано банок краски весом 5 кг, если расход краски на 1$м^2$- 230г, а производственные потери составляют 1,6%.

6. Куча грунта имеет форму конуса, образующая которого равна 6м, а диаметр основания 38дм. Сколько рейсов должен сделать двадцатитонный самосвал, чтобы перевезти эту кучу? Плотность грунта 1800 кг/$м^3$.

7. Под нефтехранилище вырыли котлован, имеющий форму цилиндра, у которого диаметр равен 26 м, а высота 2,1 м. Сколько кубов земли вынуто на поверхность? Сколько надо сделать рейсов грузовику, если он за рейс может вывезти 18 кубов земли.

8. Требуется покрасить 20 цистерн, имеющих форму цилиндра. Радиус основания равен 2,8 м, высота 12м. Сколько будет израсходовано банок краски весом 15 кг, если расход краски на 1 $м^2$ -220 г, а производственные потери составляют 1,8%.

9. Куча песка имеет форму конуса, образующая которого равна 9 м, а радиус основания 6,3 м. Сколько рейсов должен сделать двадцатитонный самосвал, чтобы перевезти эту кучу? Плотность песка 1600 кг/$м^3$.

10. Под нефтехранилище вырыли котлован, имеющий форму цилиндра, у которого диаметр равен 32 м, а высота 1,4 м. Сколько кубов земли вынуто на поверхность? Сколько надо сделать рейсов грузовику, если он за рейс может вывезти 25 кубов земли.

11. Нефтехранилище имеет форму цилиндра, диаметром 20м, высотой 12м. Сколько краски надо, чтобы покрасить цистерну с наружной боковой стороны, если расход краски на 1 $м^2$ -215$м^2$/г, а производственные потери составляют 1,6%.

12. Под нефтехранилище вырыли котлован, имеющий форму цилиндра, у которого диаметр равен 28 м, а высота 1,5 м. Сколько кубов земли вынуто на поверхность? Сколько надо сделать рейсов грузовику, если он за рейс может вывезти 16 кубов земли.

13. Требуется покрасить 20 цистерн, имеющих форму цилиндра. Радиус основания равен 1,7 м, высота 5м. Сколько будет израсходовано банок краски весом 5 кг, если расход краски на 1 $м^2$ -250 г, а производственные потери составляют 1,4%.

14. Куча щебня имеет форму конуса, образующая которого равна 9 м, а диаметр основания 11м. Сколько рейсов должен сделать двадцатитонный самосвал, чтобы перевезти эту кучу? Плотность щебня 2200 кг/$м^3$.

15. Под нефтехранилище вырыли котлован, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда, у которого стороны основания равны 8м и 10м, а высота 1,5м. Сколько кубов земли вынуто на поверхность? Сколько надо сделать рейсов грузовику, если он за рейс может вывезти 18 кубов земли.

16. Требуется покрасить 18 труб, длиной 15м, радиус которых равен 62 мм. Сколько будет израсходовано банок краски весом 20 кг, если расход краски на 1$м^2$- 230г, а производственные потери составляют 1,6%.

17. Куча грунта имеет форму конуса, образующая которого равна 8м, а диаметр основания 68дм. Сколько рейсов должен сделать двадцатипятитонный самосвал, чтобы перевезти эту кучу? Плотность грунта 1800 кг/$м^3$.

18. Под нефтехранилище вырыли котлован, имеющий форму цилиндра, у которого диаметр равен 26 м, а высота 1,8 м. Сколько кубов земли вынуто на поверхность? Сколько надо сделать рейсов грузовику, если он за рейс может вывезти 18 кубов земли.

19. Требуется покрасить 22 цистерны, имеющие форму цилиндра. Радиус основания равен 2,5 м, высота 10м. Сколько будет израсходовано банок краски весом 25 кг, если расход краски на 1 $м^2$ -220 г, а производственные потери составляют 1,8%.

20. Куча песка имеет форму конуса, образующая которого равна 12 м, а радиус основания 6,4 м. Сколько рейсов должен сделать двадцатитонный самосвал, чтобы перевезти эту кучу? Плотность песка 1600 кг/$м^3$.

21. Под нефтехранилище вырыли котлован, имеющий форму цилиндра, у которого диаметр равен 30 м, а высота 1,6 м. Сколько кубов земли вынуто на поверхность? Сколько надо сделать рейсов грузовику, если он за рейс может вывезти 25 кубов земли.

22. Нефтехранилище имеет форму **цилиндра**, диаметром 20м, высотой 18м. Сколько краски надо, чтобы покрасить цистерну с наружной боковой стороны, если расход краски на 1 $м^2$ - 215$м^2$/г, а производственные потери составляют 1,6%.

23. Под нефтехранилище вырыли котлован, имеющий форму цилиндра, у которого диаметр равен 32 м, а высота 1,2 м. Сколько кубов земли вынуто на поверхность? Сколько надо сделать рейсов грузовику, если он за рейс может вывезти 18 кубов земли.

24. Требуется покрасить 12 цистерн, имеющих форму цилиндра. Радиус основания равен 1,6 м, высота 7м. Сколько будет израсходовано банок краски весом 5 кг, если расход краски на 1 $м^2$ -250 г, а производственные потери составляют 1,4%.

25. Куча щебня имеет форму конуса, образующая которого равна 15 м, а диаметр основания 16,5м. Сколько рейсов должен сделать двадцатипятитонный самосвал, чтобы перевезти эту кучу? Плотность щебня 2200 кг/$м^3$.

26. Под нефтехранилище вырыли котлован, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда, у которого стороны основания равны 12м и 6м, а высота 1,4м. Сколько кубов земли вынуто на поверхность? Сколько надо сделать рейсов грузовику, если он за рейс может вывезти 18 кубов земли.

27. Требуется покрасить 12 труб, длиной 20м, радиус которых равен 52 мм. Сколько будет израсходовано банок краски весом 25 кг, если расход краски на 1$м^2$- 230г, а производственные потери составляют 1,6%.

28. Куча грунта имеет форму конуса, образующая которого равна 16м, а диаметр основания 78дм. Сколько рейсов должен сделать двадцатитонный самосвал, чтобы перевезти эту кучу? Плотность грунта 1800 кг/$м^3$.

29. Под нефтехранилище вырыли котлован, имеющий форму цилиндра, у которого диаметр равен 22 м, а высота 1,8 м. Сколько кубов земли вынуто на поверхность? Сколько надо сделать рейсов грузовику, если он за рейс может вывезти 18 кубов земли.

30. Требуется покрасить 20 цистерн, имеющих форму цилиндра. Радиус основания равен 2,4 м, высота 11м. Сколько будет израсходовано банок краски весом 15 кг, если расход краски на 1 $м^2$ -220 г, а производственные потери составляют 1,8%.

Задание № 2. Найти предел функции:

вариант		
1.	$\lim\limits_{x\to x_o}\dfrac{6x^2+13x+7}{3x^2+8x+5}$	при а) $x_o=-2$; б) $x_o=\infty$;
2.	$\lim\limits_{x\to x_o}\dfrac{2x^2+x-3}{3x^2+4x-7}$	при а) $x_o=-1$; б) $x_o=1$;
3.	$\lim\limits_{x\to x_o}\dfrac{3x^2+5x-8}{2x^2+3x-25}$	при а) $x_o=-2$; б) $x_o=\infty$;
4.	$\lim\limits_{x\to x_o}\dfrac{7x^2+26x-8}{2x^2+x-28}$	при а) $x_o=-3$; б) $x_o=-4$;
5.	$\lim\limits_{x\to x_o}\dfrac{2x^2+15x+25}{x^3+15x+50}$	при а) $x_o=-5$; б) $x_o=\infty$;
6.	$\lim\limits_{x\to x_o}\dfrac{3x^2-14x+8}{2x^2-7x-4}$	при а) $x_o=2$; б) $x_o=4$;
7.	$\lim\limits_{x\to x_o}\dfrac{3x^2+11x+10}{2x^2+5x+2}$	при а) $x_o=-3$; б) $x_o=\infty$;
8.	$\lim\limits_{x\to x_o}\dfrac{2x^2+5x-3}{x^2+5x+6}$	при а) $x_o=3$; б) $x_o=-3$;
9.	$\lim\limits_{x\to x_o}\dfrac{4x^2-7x-2}{2x^2-x-6}$	при а) $x_o=-2$; б) $x_o=\infty$;
10.	$\lim\limits_{x\to x_o}\dfrac{2x^2-5x-3}{3x^2-4x-15}$	при а) $x_o=2$; б) $x_o=3$;
11.	$\lim\limits_{x\to x_o}\dfrac{5x^3+23x-17}{x^2+8x+15}$	при а) $x_o=-2$; б) $x_o=\infty$;
12.	$\lim\limits_{x\to x_o}\dfrac{6x^2+13x+7}{3x^2+8x+5}$	при а) $x_o=3$; б) $x_o=-1$;
13.	$\lim\limits_{x\to x_o}\dfrac{4x^2+7x-2}{2x^2+x-6}$	при а) $x_o=1$; б) $x_o=\infty$;
14.	$\lim\limits_{x\to x_o}\dfrac{9x^2+6x-15}{3x^2-7x+4}$	при а) $x_o=-5$; б) $x_o=1$;
15.	$\lim\limits_{x\to x_o}\dfrac{8x^2+13x-9}{-x^2+8x+1}$	при а) $x_o=-2$; б) $x_o=\infty$;
16.	$\lim\limits_{x\to x_o}\dfrac{3x^2+11x+8}{5x^2+14x+9}$	при а) $x_o=4$; б) $x_o=-1$;
17.	$\lim\limits_{x\to x_o}\dfrac{x^3-1}{x^3-x^2+x-1}$	при а) $x_o=1$; б) $x_o=\infty$;
18.	$\lim\limits_{x\to x_o}\dfrac{x^2+3x^3+7}{3x^4+x^3-2x^2}$	при а) $x_o=-2$; б) $x_o=-1$;

19.	$\lim\limits_{x\to x_o}\dfrac{2x^2-3x-5}{x^2-x-2}$	при а) $x_o=-1$; б) $x_o=\infty$;
20.	$\lim\limits_{x\to x_o}\dfrac{9x^2+13x}{5x^2+8x^4+5}$	при а) $x_o=-3$; б) $x_o=\infty$;
21.	$\lim\limits_{x\to x_o}\dfrac{3x^2-5x-8}{2x^2-3x-5}$	при а) $x_o=2$; б) $x_o=-1$;
22.	$\lim\limits_{x\to x_o}\dfrac{2x^2-15x+25}{x^2-15+50}$	при а) $x_o=4$; б) $x_o=\infty$;
23.	$\lim\limits_{x\to x_o}\dfrac{7x^2-26x-8}{2x^2-x-28}$	при а) $x_o=2$; б) $x_o=4$;
24.	$\lim\limits_{x\to x_o}\dfrac{4x^2+25x+25}{2x^2+15x+25}$	при а) $x_o=-2$; б) $x_o=-5$;
25.	$\lim\limits_{x\to x_o}\dfrac{3x^2+14x+8}{2x^2+7x-4}$	при а) $x_o=-3$; б) $x_o=\infty$;
26.	$\lim\limits_{x\to x_o}\dfrac{x^3-27}{x^2-7x+12}$	при а) $x_o=-2$; б) $x_o=3$
27.	$\lim\limits_{x\to x_o}\dfrac{9x^2+2x-7}{3x+8}$	при а) $x_o=-6$; б) $x_o=\infty$;
28.	$\lim\limits_{x\to x_o}\dfrac{4x^2-3x+7}{3x^2-2x+5}$	при а) $x_o=-1$; б) $x_o=-3$;
29.	$\lim\limits_{x\to x_o}\dfrac{x^2-9x+8}{3x^2-3}$	при а) $x_o=6$; б) $x_o=1$;
30.	$\lim\limits_{x\to x_o}\dfrac{6x^2+3x+9}{3x^2+8x-5}$	при а) $x_o=-2$; б) $x_o=\infty$;

Задание № 3. Решить систему уравнений:

№ варианта		№ варианта	
1.	$\begin{cases}3x-5y+z=1\\2x+y-z=-2\\x-y-z=-1\end{cases}$	2.	$\begin{cases}x-2y+z=4\\2x+y-z=0\\x-5y-z=5\end{cases}$
3.	$\begin{cases}x-2y+z=1\\2x+y-z=4\\x-5y-z=-4\end{cases}$	4.	$\begin{cases}x-2y+z=0\\2x+y-z=2\\x-5y-z=-5\end{cases}$
5.	$\begin{cases}3x-5y-z=-14\\2x+y-2z=1\\x-y-z=-5\end{cases}$	6.	$\begin{cases}x-2y+z=-2\\2x+y-z=4\\x-5y-z=-3\end{cases}$
7.	$\begin{cases}3x-5y+z=5\\x-y=1\\x-y-z=-1\end{cases}$	8.	$\begin{cases}x-2y+z=1\\2x+y-z=4\\x-5y-z=-4\end{cases}$

9.	$\begin{cases} x-2y+z=-2 \\ 2x+y-z=3 \\ x-5y-z=-10 \end{cases}$	10.	$\begin{cases} 3x-5y+z=3 \\ 2x+y=2 \\ x-y+z=3 \end{cases}$
11.	$\begin{cases} x-2y+z=2 \\ 2x+y-z=6 \\ x-5y-z=-3 \end{cases}$	12.	$\begin{cases} x-2y+z=-1 \\ 2x+y-z=5 \\ x-5y-z=-9 \end{cases}$
13.	$\begin{cases} 3x-5y+z=4 \\ 2x+y-z=1 \\ x-y-z=0 \end{cases}$	14.	$\begin{cases} x-2y+z=1 \\ 2x+y-z=4 \\ x-5y-z=-4 \end{cases}$
15.	$\begin{cases} x-2y+z=-3 \\ 2x+y-z=7 \\ x-5y-z=-7 \end{cases}$	16.	$\begin{cases} 2x+3y-2z=7 \\ 4x-2y+z=1 \\ x-3y+4z=-6 \end{cases}$
17.	$\begin{cases} x-2y+z=-2 \\ 2x+y-z=-2 \\ x-5y-z=-7 \end{cases}$	18.	$\begin{cases} x-2y+z=2 \\ 2x+y-z=6 \\ x-5y-z=-3 \end{cases}$
19.	$\begin{cases} 3x-5y+z=-7 \\ 2x+y-z=-2 \\ x-y-z=-3 \end{cases}$	20.	$\begin{cases} 3x-5y+z=5 \\ 2x+y-z=6 \\ x-y-z=1 \end{cases}$
21.	$\begin{cases} 3x-5y+z=-7 \\ 2x+y-z=-2 \\ x-y-z=-3 \end{cases}$	22.	$\begin{cases} 3x-5y+z=-9 \\ 2x+y=2 \\ x+y+z=3 \end{cases}$
23.	$\begin{cases} x-2y+z=0 \\ 2x+y-z=2 \\ x-5y-z=-5 \end{cases}$	24.	$\begin{cases} x-2y+z=-2 \\ 2x+y-z=4 \\ x-5y-z=-3 \end{cases}$
25.	$\begin{cases} 3x-5y+z=0 \\ 2x+y-z=1 \\ x-y-z=-2 \end{cases}$	26.	$\begin{cases} 3x-5y+z=-12 \\ 2x+y-z=-1 \\ x-y-z=-4 \end{cases}$
27.	$\begin{cases} 3x-5y+z=-6 \\ 2x+y-z=-3 \\ x-y-z=-4 \end{cases}$	28.	$\begin{cases} 3x-5y-z=1 \\ 4x+y=4 \\ x-2y-z=-1 \end{cases}$
29.	$\begin{cases} x-2y+z=4 \\ 2x+y-z=10 \\ x-5y-z=-1 \end{cases}$	30.	$\begin{cases} x-2y+z=4 \\ 2x+y-z=10 \\ x-5y-z=-1 \end{cases}$

Задание № 4. Решить задачу.

1. Закон прямолинейного движения тела задан уравнением $s(t)=-t^3+3t^2+10м$. Найти максимальную скорость движения тела.

2. Зависимость температуры тела от времени задана уравнением $T = \frac{1}{2}t^2 - 2t + 3$. С какой скоростью нагревается тело в момент времени T=10c?

3. Одно из тел движется по закону $S = t^3 + t^2 - 27t$ м, а другое по закону $S = t^2 + 10$ м. Определите момент, когда скорости этих тел окажутся равными.

4. Закон движения тела задан уравнением $s(t) = 2t^3 - 12t^2 - 12м$. В какой момент времени скорость движения тела будет минимальной?

5. Зависимость температуры тела от времени задана уравнением $T = 6t^2 - t + 3$. С какой скоростью нагревается тело в момент времени T=10c?

6. Два тела движутся прямолинейно: одно по закону $S = 3t^3 + 2t^2 - 81t$, другое по закону $S = 2t^2 + 1$. Определите момент, когда скорости этих тел окажутся равными.

7. Закон движения тела задан уравнением $s(t) = t^4 - 24t^2 + 29м$. В какой момент времени скорость движения тела будет минимальная?

8. Зависимость температуры тела от времени задана уравнением $T = 4t^2 - 4t + 3$. С какой скоростью нагревается тело в момент времени t =10c?

9. Одно из тел движется по закону $S = 2t^3 - t^2 - 7$ м, а другое по закону $S = 5t^2 + 6$ м. Определите момент, когда скорости этих тел окажутся равными.

10. Закон движения тела задан уравнением $s(t) = t^3 - 3t^2 + 40м$. В какой момент времени скорость движения тела будет минимальной?

11. Закон прямолинейного движения тела задан уравнением $s(t) = 2t^3 - 30t^2 + 1м$. Найти минимальную скорость движения тела.

12. Зависимость температуры тела от времени задана уравнением $T = \frac{1}{4}t^4 - 2t^3 + 3$. С какой скоростью нагревается тело в момент времени T=4c?

13. Одно из тел движется по закону $S = t^3 + 5t^2 - 48t$ м, а другое по закону $S = 5t^2 + 6$ м. Определите момент, когда скорости этих тел окажутся равными.

14. Закон движения тела задан уравнением $s(t) = 5t^3 - 30t^2 + 67$ м. В какой момент времени скорость движения тела будет минимальной?

15. Зависимость температуры тела от времени задана уравнением $T = 3t^2 - 2t + 3$. С какой скоростью нагревается тело в момент времени Т=10с?

16. Два тела движутся прямолинейно: одно по закону $S = 3t^3 + 3t^2 - 24t$, другое по закону $S = 3t^2 + 1$. Определите момент, когда скорости этих тел окажутся равными.

17. Закон движения тела задан уравнением $s(t) = -2t^3 + 18t^2 + 7\,м$. В какой момент времени скорость движения тела будет максимальной?

18. Зависимость температуры тела от времени задана уравнением $T = 2t^2 - 4t + 9$. С какой скоростью нагревается тело в момент времени t =5c?

19. Одно из тел движется по закону $S = 2t^3 - 5t^2 - 7$ м, а другое по закону $S = t^2 + 6$ м. Определите момент, когда скорости этих тел окажутся равными.

20. Закон движения тела задан уравнением $s(t) = t^3 - 9t^2 + 56\,м$. В какой момент времени скорость движения тела будет минимальной?

21. Закон прямолинейного движения тела задан уравнением $s(t) = 2t^3 - 12t^2$. Найти минимальную скорость движения тела.

22. Зависимость температуры тела от времени задана уравнением $T = \frac{1}{2}t^2 - 2t + 3$. С какой скоростью нагревается тело в момент времени Т=8с?

23. Одно из тел движется по закону $S = t^3 + t^2 - 75t$ м, а другое по закону $S = t^2 + 10$ м. Определите момент, когда скорости этих тел окажутся равными.

24. Закон движения тела задан уравнением $s(t) = 5t^3 - 15t^2 + 20$. В какой момент времени скорость движения тела будет минимальной?

25. Зависимость температуры тела от времени задана уравнением $T = 6t^2 - 2t + 7$. С какой скоростью нагревается тело в момент времени Т=3с?

26. Два тела движутся прямолинейно: одно по закону $S = t^3 - 16t^2 - 27$, другое по закону $S = 2t^2 + 1$. Определите момент, когда скорости этих тел окажутся равными.

27. Закон движения тела задан уравнением $s(t) = -t^4 + 8t^3 + 20\,м$. В какой момент времени скорость движения тела будет максимальной?

28. Зависимость температуры тела от времени задана уравнением $T = 4t^2 - t + 3$. С какой скоростью нагревается тело в момент времени t =4с?

29. Одно из тел движется по закону $S = 2t^3 + t^2 - 6t$ м, а другое по закону $S = t^2 + 6$ м. Определите момент, когда скорости этих тел окажутся равными.

30. Закон движения тела задан уравнением $s(t) = t^3 - 3t^2 + 9$. В какой момент времени скорость движения тела будет минимальной?

Задание № 5. Вычислить определенный интеграл с помощью указанной формулы.

1. Вычислить определенный интеграл $y = \frac{5}{x}$ с помощью формулы трапеции на промежутке $[5;6]$, если шаг h=0.2.
2. Вычислить определенный интеграл $y = \frac{4}{x}$ с помощью формулы Симпсона на промежутке $[2;3]$, если шаг h=0.125.
3. Вычислить определенный интеграл $y = \frac{5}{x}$ с помощью формул прямоугольников на промежутке $[4;5]$, если шаг h=0.2.
4. Вычислить определенный интеграл $y = \frac{3}{x}$ с помощью формулы трапеции на промежутке $[3;4]$, если шаг h=0.2.
5. Вычислить определенный интеграл $y = \frac{2}{x}$ с помощью формулы Симпсона на промежутке $[4;5]$, если шаг h=0.125.
6. Вычислить определенный интеграл $y = \frac{6}{x}$ с помощью формул прямоугольников на промежутке $[2;3]$, если шаг h=0.2.
7. Вычислить определенный интеграл $y = \frac{1}{x}$ с помощью формулы трапеции на промежутке $[2;3]$, если шаг h=0.2.
8. Вычислить определенный интеграл $y = \frac{3}{x}$ с помощью формулы Симпсона на промежутке $[3;4]$, если шаг h=0.125.
9. Вычислить определенный интеграл $y = \frac{2}{x}$ с помощью формул прямоугольников на промежутке $[2;3]$, если шаг h=0.2.
10. Вычислить определенный интеграл $y = \frac{5}{x}$ с помощью формулы трапеции на промежутке $[3;4]$, если шаг h=0.2.
11. Вычислить определенный интеграл $y = \frac{5}{x}$ с помощью формулы трапеции на промежутке $[3;4]$, если шаг h=0.2.

12. Вычислить определенный интеграл $y=\frac{4}{x}$ с помощью формулы Симпсона на промежутке $[3;4]$, если шаг h=0.125.
13. Вычислить определенный интеграл $y=\frac{5}{x}$ с помощью формул прямоугольников на промежутке $[2;3]$, если шаг h=0.2.
14. Вычислить определенный интеграл $y=\frac{3}{x}$ с помощью формулы трапеции на промежутке $[6;7]$, если шаг h=0.2.
15. Вычислить определенный интеграл $y=\frac{2}{x}$ с помощью формулы Симпсона на промежутке $[3;4]$, если шаг h=0.125.
16. Вычислить определенный интеграл $y=\frac{6}{x}$ с помощью формул прямоугольников на промежутке $[3;4]$, если шаг h=0.2.
17. Вычислить определенный интеграл $y=\frac{1}{x}$ с помощью формулы трапеции на промежутке $[3;4]$, если шаг h=0.2.
18. Вычислить определенный интеграл $y=\frac{3}{x}$ с помощью формулы Симпсона на промежутке $[4;5]$, если шаг h=0.125.
19. Вычислить определенный интеграл $y=\frac{2}{x}$ с помощью формул прямоугольников на промежутке $[4;5]$, если шаг h=0.2.
20. Вычислить определенный интеграл $y=\frac{5}{x}$ с помощью формулы трапеции на промежутке $[4;5]$, если шаг h=0.2.
21. Вычислить определенный интеграл $y=\frac{5}{x}$ с помощью формулы трапеции на промежутке $[2;3]$, если шаг h=0.2.
22. Вычислить определенный интеграл $y=\frac{4}{x}$ с помощью формулы Симпсона на промежутке $[4;5]$, если шаг h=0.125.
23. Вычислить определенный интеграл $y=\frac{5}{x}$ с помощью формул прямоугольников на промежутке $[5;6]$, если шаг h=0.2.
24. Вычислить определенный интеграл $y=\frac{3}{x}$ с помощью формулы трапеции на промежутке $[3;4]$, если шаг h=0.2.
25. Вычислить определенный интеграл $y=\frac{2}{x}$ с помощью формулы Симпсона на промежутке $[2;3]$, если шаг h=0.125.
26. Вычислить определенный интеграл $y=\frac{6}{x}$ с помощью формул прямоугольников на промежутке $[4;5]$, если шаг h=0.2.

27. Вычислить определенный интеграл $y=\frac{1}{x}$ с помощью формулы трапеции на промежутке $[4;5]$, если шаг h=0.2.
28. Вычислить определенный интеграл $y=\frac{3}{x}$ с помощью формулы Симпсона на промежутке $[6;7]$, если шаг h=0.125.
29. Найти определенный интеграл $y=\frac{2}{x}$ с помощью формул прямоугольников на промежутке $[5;6]$, если шаг h=0.2.
30. Вычислить определенный интеграл $y=\frac{5}{x}$ с помощью формулы трапеции на промежутке $[8;9]$, если шаг h=0.2.

Литература

Основные источники (ОИ):

1. Богомолов, Н.В. Математика [Текст]: учебник для СПО / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко.-5-е изд., перераб. и доп.- Москва: Юрайт, 2016.-396 с.
2. Дадаян, А.А. Математика [Электронный ресурс]: учебник / А.А. Дадаян. – 3-е изд., испр. и доп. – М.: ИНФРА-М, 2018. – 544 с. Режим доступа http://znanium.com/bookread2.php?book=967862 (ЭБС Znanium)
3. Павлюченко, Ю.В. Математика [Электронный ресурс]: учебник и практикум для СПО / Ю.В. Павлюченко, Н.Ш. Хассан; под общ.ред. Ю.В. Павлюченко. – 4-е изд., перераб. и доп. – Издательство Юрайт. 2018. – 238 с. Режим доступа: https://biblio-online.ru/viewer/773FAB0F-0EF8-4626-945D-6A8208474676/matematika#page/2

Дополнительные источники (ДИ):

1. Богомолов, Н.В. Практические занятия по математике [Текст]: учебное пособие для СПО: В 2 ч. Ч 1 / Н.В. Богомолов.- 11-е изд., перераб. и доп. - Москва: Юрайт, 2016.-285 с.
2. Дадаян, А.А. Сборник задач по математике [Электронный ресурс]: учебное пособие / Дадаян А.А., 3-е изд. - М.: Форум, ИНФРА-М Издательский Дом, 2018. - 352 с. Режим доступа: http://znanium.com/bookread2.php?book=970454

Интернет – ресурсы (И-Р):

1. http://www.rusedu.ru/subcat_is/htm/
2. http://www.alleng.ru/edu/math3.htm
3. http://www.softtok.org/science/math/