

**НЕФТЕЮГАНСКИЙ ИНДУСТРИАЛЬНЫЙ КОЛЛЕДЖ -**  
**(филиал) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения**  
**высшего образования «Югорский государственный университет»**

## **ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА**

**Методические указания и контрольные задания  
для студентов заочной формы обучения  
Часть I**

**Специальность 15.02.01 Монтаж и техническая эксплуатация промышленного  
оборудования (по отраслям)**

**Нефтеюганск  
2016**

ОДОБРЕНА  
Предметной (цикловой)  
комиссией  
Протокол №1 от 15.09.16  
Председатель П(Ц)К  
Т.А.Кунакова

Утверждена  
заседанием методсовета  
Протокол №1 от 22.09.16

Председатель методсовета  
Н. И. Савватеева

Методические указания и контрольные задания для студентов заочной формы обучения по дисциплине «Техническая механика» Часть II разработаны в соответствии с требованиями ФГОС3+ по специальности 15.02.01 Монтаж и техническая эксплуатация промышленного оборудования (по отраслям).

Разработчик: Рева Н.Ю. – преподаватель НИК (филиала) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Югорский государственный университет».

## **Пояснительная записка**

Методические указания и контрольные задания учебной дисциплины «Техническая механика» Часть I разработаны в соответствии с требованиями ФГОС3+ по специальности 15.02.01 Монтаж и техническая эксплуатация промышленного оборудования (по отраслям).

**В результате освоения дисциплины обучающийся должен уметь:**

- определять напряжения в конструкционных элементах;
- проводить расчеты механических передач и простейших сборочных единиц;
- читать кинематические схемы.

**В результате освоения дисциплины обучающийся должен знать:**

- основы технической механики;
- виды механизмов, их кинематические и динамические характеристики;
- основы расчета механических передач и простейших сборочных единиц общего назначения;
- методику расчета конструкций на прочность, жесткость и устойчивость при различных видах деформации.

На изучение дисциплины отводится 270 часов, в том числе 126 часов на самостоятельную работу. При заочной форме обучения дисциплина «Техническая механика» изучается на первом и втором курсе. На первом курсе предусмотрено 18 часов аудиторных занятий, из них 4 часа отведено на выполнение практических работ.

Формой контроля на 1 курсе является дифференцированный зачет.

## **Основные требования к выполнению и оформлению контрольной работы**

Методические указания и контрольные задания учебной дисциплины «Техническая механика» Часть I составлены на основании рабочей программы по дисциплине «Техническая механика» и предназначены для студентов специальности 15.02.01 Монтаж и техническая эксплуатация промышленного оборудования (по отраслям).

При выполнении контрольной работы следует обратить внимание на следующие требования:

1. К выполнению контрольной работы приступать только тогда, когда тщательно изучен необходимый материал.
2. Контрольная работа должна быть выполнена в тетради в клетку.
3. На обложке тетради указывается дисциплина, шифр, вариант учащегося, Ф.И.О. студента и преподавателя.
4. Номер варианта контрольной работы соответствует номеру списка в журнале.
5. Все рисунки и схемы должны быть выполнены карандашом под линейку.
6. Решаемая задача должна иметь логическое заключение. При необходимости сделать выводы по решаемой задаче.
7. В конце контрольной работы указывается список используемой литературы (фамилия автора, название книги и год издания).
8. При возврате контрольной работы студент должен внимательно прочитать рецензию преподавателя, выполнить все его рекомендации и советы. Исправления необходимо выполнить в той же тетради и сдать контрольную работу повторно.
9. При решении задач рекомендуется использовать методику и примеры, представленные в данном методическом указании.
10. Контрольная работа должна быть предоставлена в учебную часть в срок, указанный в учебном графике.
11. Выполненная контрольная работа оценивается оценкой «зачтено» или «не зачтено». Контрольная работа, выполненная небрежно или не по своему варианту, возвращается студенту без проверки.
12. Студенты, не выполнившие контрольную работу по дисциплине, к дифференцированному зачету и экзамену не допускаются.
13. По всем вопросам, которые возникают в процессе изучения материала и выполнения контрольной работы, следует обратиться к преподавателю данной дисциплины за консультацией.

# РАЗДЕЛ 1 СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

## Тема 1.1 Основные положения. Гипотезы и допущения

Основные задачи сопротивления материалов. Деформации упругие и пластические. Прочность, жесткость, устойчивость. Основные гипотезы и допущения. Классификация нагрузок и элементов конструкции. Силы внешние и внутренние. Метод сечений. Напряжение полное, нормальное, касательное.

### Методические указания

#### Основные задачи сопротивления материалов

1. Расчет деталей конструкции на прочность
2. Расчет элементов конструкции на жесткость
3. Расчет конструкции и ее элементов на устойчивость

#### Деформации

*Упругой* называется деформация, при которой тело после снятия нагрузки восстанавливает свои первоначальные форму и размеры.

*Пластической* называется деформация, которая после снятия исчезает не полностью.

*Прочность* – способность материала выдерживать заданную нагрузку без появления остаточной деформации.

*Жесткость* – способность элемента конструкции или всей конструкции сопротивляться упругим деформациям.

*Устойчивость* – способность конструкции сохранять первоначальную форму упругого равновесия.

#### Основные гипотезы и допущения

Приступая к расчетам конструкции, следует решить, что в данном случае существенно, а что можно отбросить, т. к. решение технической задачи с полным учетом всех свойств реального объекта невозможно.

#### Допущения о свойствах материалов

1. Материалы однородные - в любой точке материалы имеют одинаковые физико-механические свойства.
2. Материалы представляют сплошную среду - кристаллическое строение и микроскопические дефекты не учитываются.
3. Материалы изотропны - механические свойства не зависят от направления нагружения.
4. Материалы обладают идеальной упругостью - полностью восстанавливают форму и размеры после снятия нагрузки.

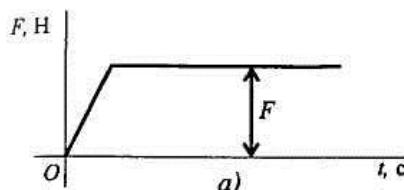
В реальных материалах эти допущения выполняются лишь отчасти, но принятие таких допущений упрощает расчет. Все упрощения принято компенсировать, введя запас прочности.

#### Допущения о характере деформации

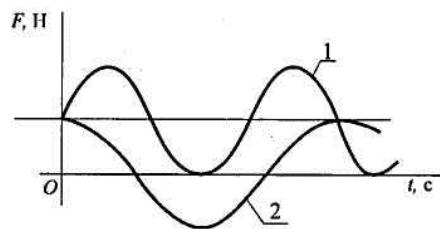
1. Перемещение точек элемента конструкции, обусловленные его упругими деформациями, незначительны по сравнению с размерами самого тела.
2. Перемещения точек упругого тела в известных пределах нагружения прямо пропорциональны силам, вызывающим эти перемещения.
3. Результат действия сил не зависит от последовательности нагружения ими данной конструкции и равен сумме результатов действия каждой силы в отдельности.

#### Классификация нагрузок

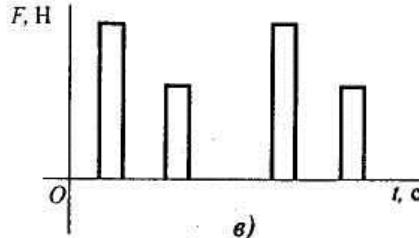
Статистические нагрузки не меняются со временем или меняются очень медленно. При действии статических нагрузок проводится расчет на прочность.



Повторно-переменные нагрузки многократно меняют значение или значение и знак. Действие таких нагрузок вызывает усталость металла.



Динамические нагрузки меняют свое значение в короткий промежуток времени, они вызывают большие ускорения и силы инерции и могут привести к внезапному разрушению конструкции.



Из теоретической механики известно, что по способу приложения нагрузки могут быть сосредоточенными или распределенными по поверхности.

#### Классификация элементов конструкции

*Брус* – тело, одно из измерений которого (длина) в несколько раз превышает два других.

Брус может быть прямым, кривым и пространственно изогнутым.

*Оболочка* – тело, одно из измерений (толщина) которого во много раз меньше двух других.

*Массив* – тело, все три измерения которого имеют один порядок.

#### Силы внешние и внутренние. Метод сечений.

Элементы конструкции при работе испытывают внешнее воздействие, которое оценивается величиной внешней силы. К внешним силам относят активные силы и реакции опор.

Под действием внешних сил в детали возникают внутренние силы упругости, стремящиеся вернуть телу первоначальную форму и размеры.

Внешние силы должны быть определены методами теоретической механики, а внутренние определяются основным методом сопротивления материалов- методом сечений.

В сопротивлении материалов тела рассматриваются в равновесии. Для решения задач используют уравнения равновесия, полученные в теоретической механике для тела в пространстве.

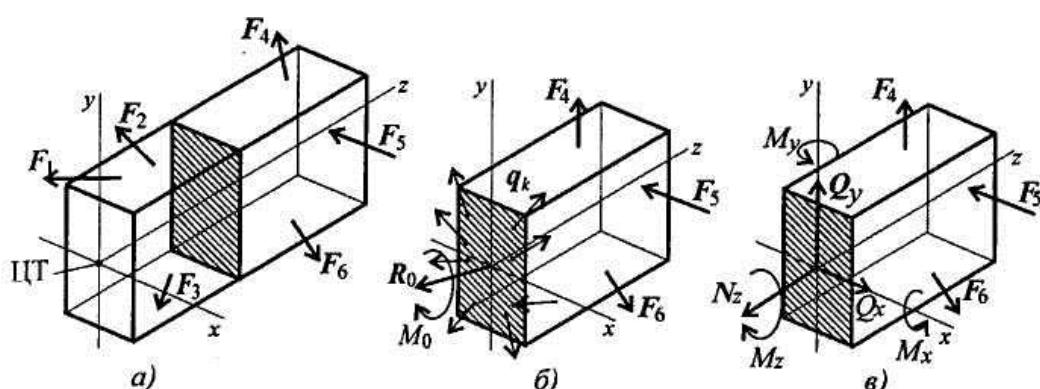
Используется система координат, связанная с телом. Чаще продольную ось детали обозначают  $z$ , начало координат совмещают с левым краем и размещают в центре тяжести сечения.

#### Метод сечений

*Метод сечений* заключается в мысленном рассечении плоскостью и рассмотрении равновесия любой из отсеченных частей.

Если все тело находится в равновесии, то и каждая его часть находится в равновесии под действием внешних и внутренних сил. Внутренние силы определяются из уравнений равновесия, составленных для рассматриваемой части тела.

Рассекаем тело поперек плоскостью. Рассматриваем правую часть. На нее действуют внешние силы. Систему распределенных сил можно заменить главным вектором, помещенным в центр тяжести сечения, и суммарным моментом сил.



Если в поперечных сечениях бруса возникает только продольная сила, то брус растянут или сжат.

1. Если в поперечных сечениях возникает только крутящий момент, то брус работает на кручение.
2. Если в поперечных сечениях возникает только изгибающие моменты, то происходит чистый изгиб.
3. Если в поперечном сечении возникает изгибающий момент и поперечная сила, то это поперечный изгиб.

### Напряжение

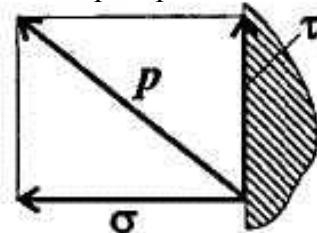
*Напряжение* – это характеристика интенсивности действия силы.

*Касательное напряжение* – напряжение, возникающее при кручении. Обозначение:  $\tau_y, \tau_z$ .

*Нормальное напряжение* – напряжение, возникающее при растяжении или сжатии.

Обозначение:  $\sigma$ .

$$\text{Полное напряжение: } p = \sqrt{\tau_y^2 + \tau_z^2 + \sigma^2}$$



### Вопросы для самоконтроля

1. Назовите основные задачи сопротивления материалов.
2. Дайте определения основных понятий сопротивления материалов.
3. Какие нагрузки бывают? Их классификация.
4. Что такое брус, оболочка, массив?
5. Какие силы называют внешними и внутренними?
6. В чём заключается метод сечений?
7. Что такое напряжение?

## Тема 1.2 Растяжение и сжатие

Внутренние силовые факторы при растяжении и сжатии. Эпюры продольных сил. Нормальные напряжения. Эпюры нормальных напряжений. Продольные и поперечные деформации. Закон Гука. Коэффициент Пуассона. Модуль упругости. Определение основных осевых перемещений поперечных сечений бруса.

Испытания материалов на растяжение и сжатие при статическом нагружении. Диаграммы растяжения и сжатия пластичных и хрупких материалов. Механические характеристики материалов.

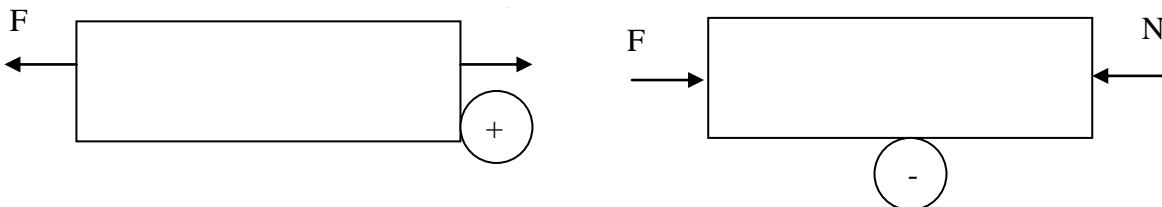
Напряжения предельные, допускаемые и расчетные. Коэффициент запаса прочности. Условие прочности, расчеты на прочность. Статистически неопределенные системы.

### Методические указания

*Растяжением* или *сжатием* называют вид нагружения, при котором в поперечном сечении бруса возникает только один внутренний силовой фактор — продольная сила.

Продольные силы меняются по длине бруса. При расчетах после определения величин продольных сил по сечениям строится график — эпюра продольных сил.

Условно назначают знак продольной силы.



## Продольные и поперечные деформации

Продольная деформация зависит от величины участка

$$\xi = \pm \Delta l / l,$$

$\Delta l$  – абсолютное удлинение

Поперечная деформация зависит от размера сечения

$$\xi' = \pm \Delta d / d,$$

$\Delta d$  – абсолютное сужение

Закон Гука

В пределах упругих деформаций деформации прямо пропорциональны нагрузке:

$$F = k \Delta l$$

$k$  – коэффициент Пуассона

В современной форме

$$\sigma = \frac{N}{A}$$

$$\sigma = E \xi,$$

где  $E$  – модуль упругости, характеризует жесткость материала.

Испытания материалов на растяжение и сжатие при статическом нагружении

Это стандартные испытания: оборудование – стандартная разрывная машина, стандартный образец (круглый или плоский), стандартная методика расчета.

Образец закрепляется в зажимах разрывной машины и растягивается до разрыва. Машина снабжена прибором для автоматической записи диаграммы растяжения – зависимости между нагрузкой и абсолютным удлинением.

Диаграмма растяжения

Особые точки растяжения обозначены точками 1, 2, 3, 4, 5.

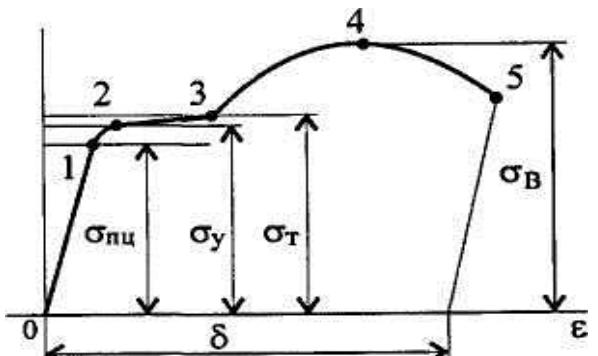
1) точка 1 соответствует пределу пропорциональности: после неё прямая линия заканчивается и переходит в кривую; участок 0-1 – удлинение растяжения пропорционально нагрузке (закон Гука);

2) точка 2 соответствует пределу упругости материала: материал теряет упругие свойства, т.е. способность вернуться к исходным размерам;

3) участок 2-3 – площадка текучести: образец сильно деформируется без увеличения нагрузки;

4) точка 4 соответствует максимальной нагрузке, в этот момент на образце образуется «шейка» - резкое уменьшение площади поперечного сечения;

5) точка 5 – момент окончательного разрушения образца, т.е. происходит разрыв.



## Механические свойства материалов

**Прочность** – способность не разрушаться под нагрузкой.

**Жесткость** – способность незначительно деформироваться под нагрузкой.

**Выносливость** – способность длительное время выдерживать переменные нагрузки.

**Устойчивость** – способность сохранять первоначальную форму упругого равновесия.

**Вязкость** – способность воспринимать ударные нагрузки.

Диаграммы растяжения и сжатия пластичных и хрупких материалов

Различные материалы по-разному ведут себя под нагрузкой, характер деформаций и разрушения зависит от типа материалов.

Принято делить материалы по типу их диаграмм растяжения на три группы: к первой группе относят пластичные материалы, эти материалы имеют на диаграмме растяжения площадку текучести (а). Ко второй группе относятся хрупкие материалы, эти материалы мало деформируются, разрушаются по хрупкому типу. На диаграмме нет площадки текучести (б).

К третьей группе относят материалы, не имеющие площадки текучести, но значительно деформирующиеся под нагрузкой, их называют пластично-хрупкими (в).

Напряжения предельные, допускаемые, расчетные.

*Предельным* напряжением считают напряжение, при котором в материале возникает опасное состояние (разрушение или опасная деформация).

*Допускаемое напряжение* – максимальное напряжение, при котором материал должен нормально работать.

$$[\sigma] = \sigma_{\text{pred}}/[s]$$

$s$  – коэффициент запаса прочности,

$[s]$  – допускаемый коэффициент запаса прочности, зависит от качества материала, условий работы детали, назначения детали, точности обработки и расчета и т.д.

#### Вопросы для самоконтроля

1. Назовите внутренние силовые факторы при растяжении (сжатии).
2. От чего зависят продольные силы?
3. Дайте определение продольной и поперечной деформации.
4. Что характеризует модуль упругости?
5. Охарактеризуйте особые точки диаграммы растяжения.
6. Перечислите механические свойства материалов.
7. От чего зависит характер деформации и разрушения
8. Что такое коэффициент запаса прочности?

### Тема 1.3 Практические расчеты на срез и смятие

Срез, основные расчетные предпосылки, расчетные формулы, условие прочности.

Смятие, условия расчета, расчетные формулы, условие прочности. Допускаемые напряжения. Примеры расчетов.

#### Методические указания

##### Практические расчеты на срез и смятие

*Сдвиг* – нагружение, при котором в поперечном сечении бруса возникает только один внутренний силовой фактор – поперечная сила.

Для упрощения расчетов принимается ряд допущений:

1) при расчете на сдвиг изгиб деталей не учитывается, хотя силы, действующие на деталь, образуют пару

2) при расчете считаем, что силы упругости распределены по сечению равномерно

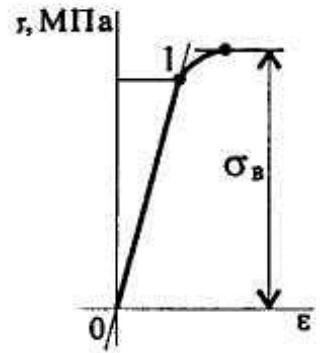
3) если для передачи нагрузки используется несколько деталей, считаем, что внешняя сила распределяется между ними равномерно.

Формула для напряжений имеет вид:  $\tau_c = \frac{Q}{A_{cm}}$

где  $\tau_c$  – касательное напряжение;  $Q$  – поперечная сила;  $A_c$  – площадь сдвига.

Условие прочности при сдвиге  $\tau_c = \frac{Q}{A_c} \leq [\tau_c]$

где  $[\tau_c]$  – допускаемое напряжение сдвига.



*Срез* – разрушение детали под действием поперечной силы.

*Смятие* – деформация боковой поверхности детали под действием нагрузки.

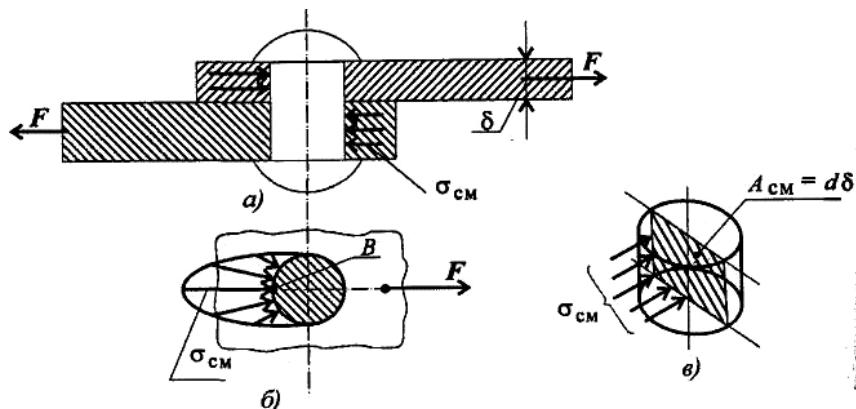
На поверхности возникают сжимающие напряжения, которые называются напряжениями смятия  $\sigma_{cm}$ .

Расчёт носит условный характер. Допущения подобны принятым при расчёте на сдвиг.

Условие прочности при смятии

$$\sigma_{cm} = \frac{F}{A_{cv}} \leq [\sigma_{cm}]$$

где  $F$  – сила взаимодействия между деталями;  $A_{cv}$  – площадь смятия.



Примеры деталей, работающих на сдвиг (срез) и смятие.

1. Ось.

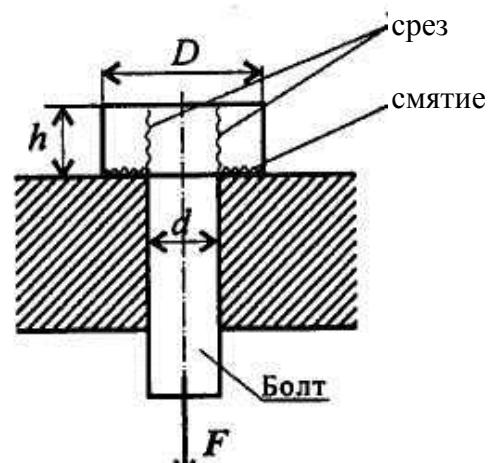
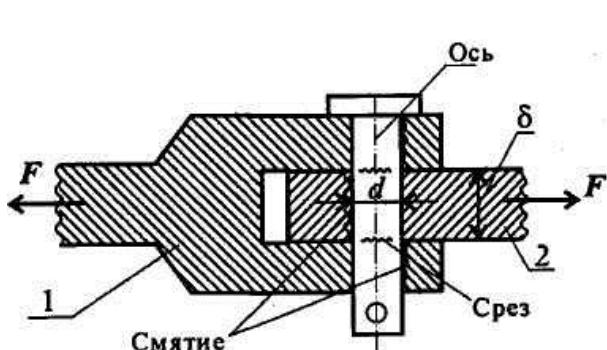
В случае, если толщина детали 2 меньше,  $A_{cv} = d \delta$ ;

$$A_c = \frac{\pi d^2}{4} i, \text{ где } i - \text{ количество площадей среза.}$$

2. Болт.

$A_c$  – площадь среза

$$A_c = \pi d h;$$



$A_{cv}$  – площадь смятия

$$A_{cv} = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2)$$

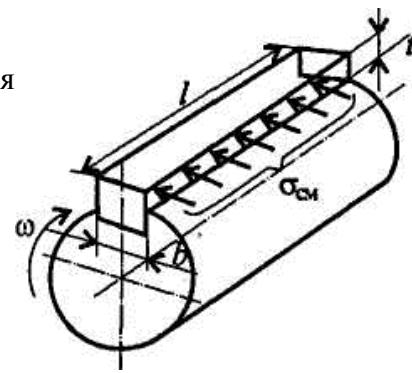
3. Шпонки работают на срез и смятие. Рассчитываются только на смятие.

$$A_c = bl; \quad A_{cm} = lt,$$

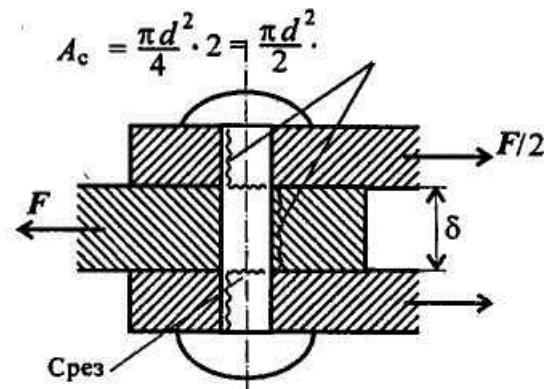
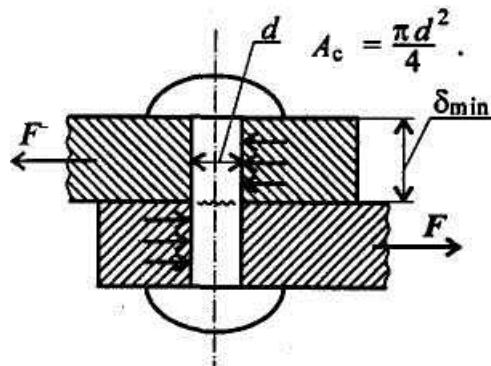
где  $l$  – длина шпонки,

$t$  – высота выступающей части,

$b$  – ширина шпонки.



4. Заклёпка односрезная и двухсрезная.



5. Сварное соединение.

Угловой шов разрушается под углом  $45^\circ$  к плоскости разъёма. К – катет углового шва, подбирается по толщине свариваемого листа.

Двусторонний шов:  $A_c = 2 \cdot 0,7K \cdot b$

#### Вопросы для самоконтроля

1. Что такое срез (сдвиг)?
2. Назовите допущения при сдвиге (срезе).
3. Условие прочности при сдвиге.
4. Что такое смятие?
5. Условие прочности при смятии.
6. Перечислите детали, работающие на срез и смятие.

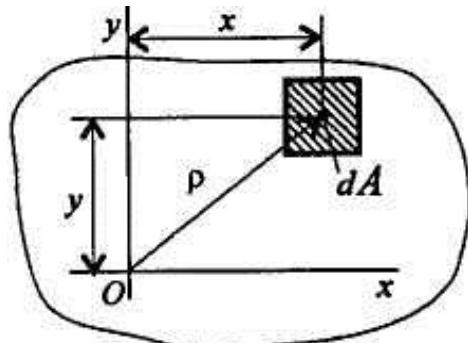
### Тема 1.4 Геометрические характеристики плоских сечений

Статические моменты сечений. Осевые, центробежные и полярные моменты инерции. Теорема о моменте инерции при параллельном переносе осей. Главные оси и главные центральные моменты инерции. Осевые моменты инерции простейших сечений. Полярные моменты инерции круга и кольца. Определение главных центральных моментов инерции составных сечений, имеющих ось симметрии.

#### Методические указания

##### Статический момент

Статический момент используется при определении положения центра тяжести сечения относительно осей координат:



$$x_C = \frac{\sum A_k x_k}{\sum A_k}$$

$$y_C = \frac{\sum A_k y_k}{\sum A_k}$$

### Центробежный момент инерции

*Центробежный момент* – взятая по всей площади сумма произведений элементарных площадок на обе координаты:

$$J_{xy} = \int xy dA$$

### Осевой момент инерции

*Осевым моментом* инерции сечения относительно некоторой оси, лежащей в этой же плоскости, называется взятая по всей площади сумма произведений элементарных площадок на квадрат их расстояния до этой оси:

$$\begin{aligned} J_x &= \int y^2 dA \\ J_y &= \int x^2 dA \end{aligned}$$

### Полярный момент инерции

*Полярным моментом* инерции сечения относительно некоторой точки называется взятая по всей площади сумма произведений элементарных площадок на квадрат их расстояния до этой точки:

$$J_p = \int r^2 dA$$

Момент инерции простейших сечений:

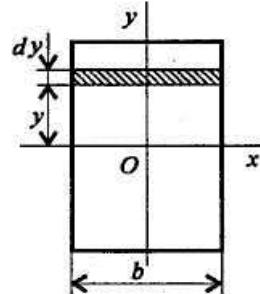
Оевые моменты инерции прямоугольника:

Относительно оси X

$$J_x = \frac{bh^3}{12}$$

Относительно оси Y

$$J_y = \frac{b^3 h}{12}$$



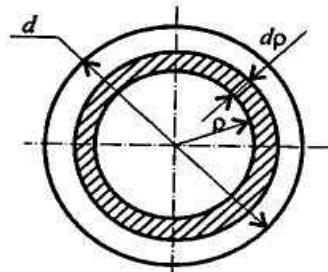
Полярный момент инерции круга

$$J_p = \frac{\pi d^4}{32}$$

Оевые моменты инерции круга и кольца

$$J_x = J_y = \pi d^4 / 64 \text{ (круг)}$$

$$J_x = J_y = \pi d^4 / 64 (1 - c^4) \text{ (кольцо), где } c = \frac{d}{D}$$



Главные оси и главные моменты инерции

*Главные оси* – это оси, относительно которых осевые моменты инерции принимают экстремальные значения: минимальный и максимальный.

Главные центральные моменты инерции рассчитываются относительно главных осей, проходящих через центр тяжести.

### Вопросы для самоконтроля

1. Что такое статический момент сечения?
2. Где применяют статический момент сечения?
3. Дайте определение центробежного момента инерции.
4. Что такое осевой момент инерции?
5. Что такое полярный момент инерции?
6. Что такое главные оси?

## Тема 1.5 Кручение

Чистый сдвиг. Закон Гука при сдвиге. Модуль сдвига. Внутренние силовые факторы при кручении. Эпюры крутящих моментов. Кручение бруса круглого поперечного сечения. Напряжения в поперечном сечении. Угол закручивания. Расчеты на прочность и жесткость при кручении. Рациональное расположение колес на валу. Выбор рационального сечения вала при кручении.

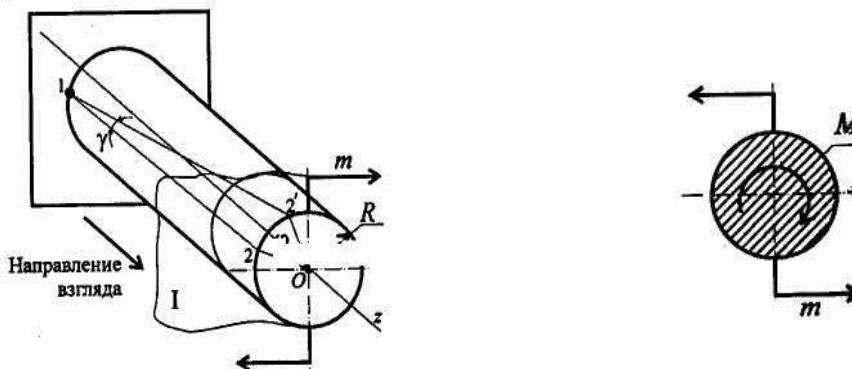
### Методические указания

*Кручением* называется нагружение, при котором в поперечном сечении бруса возникает только один внутренний силовой фактор – крутящий момент.

#### Кручение бруса круглого поперечного сечения

Кручение круглого бруса происходит при нагружении его парами сил с моментами в плоскостях, перпендикулярных продольной оси. При этом образующие бруса искривляются и разворачиваются на угол  $\gamma$ , называемый углом сдвига. Поперечные сечения разворачиваются на угол  $\varphi$ , называемый углом закручивания.

Длина бруса и размеры поперечного сечения при кручении не изменяются.



Связь между угловыми деформациями определяется соотношением:  $\varphi/\gamma = l/R$   
 $l$  – длина бруса,  $R$  – радиус сечения.

#### Напряжение

При кручении возникает напряженное состояние, называемое чистым сдвигом.

При сдвиге на боковой поверхности элемента возникают касательные напряжения, равные по величине. Элемент деформируется.

$$\tau_k = M_k \rho / J_p$$

Закон Гука при сдвиге  $\tau = G \gamma$ ,

где  $G$  – модуль упругости при сдвиге.

#### Расчет на жесткость

При расчете на жесткость определяется деформация и сравнивается с допускаемой.

$$\varphi_0 = \frac{M}{GJ_p} \leq [\varphi_0],$$

где  $\varphi_0$  – относительный угол закручивания, рад/м;

$[\varphi_0] = 1$  град/м = 0,02 рад/м – допускаемый относительный угол закручивания.

#### Расчет на прочность

Существует три вида расчетов на прочность:

- Проектировочный расчет – определяется диаметр бруса в опасном сечении:

$$\tau_k = \frac{M}{0,2 d^3} \leq [\tau_{kp}]$$

2. Проверочный расчет – проверяется выполнение условия прочности:

$$\tau_k = \frac{M}{W_p} \leq [\tau_k]$$

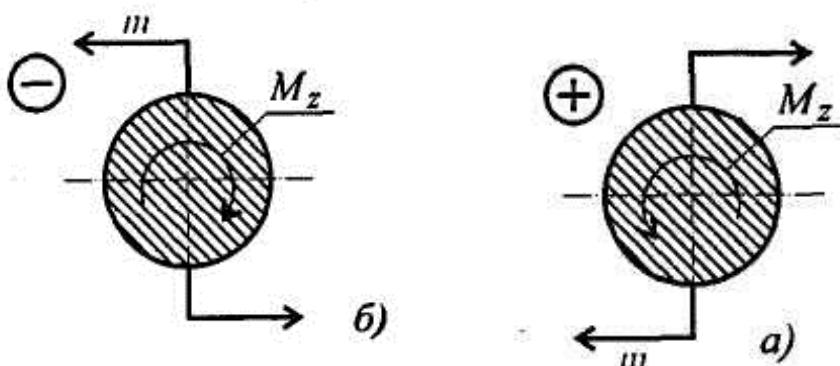
3. Определение нагрузочной способности:

$$[M_k] = [\tau_k] \cdot W_p$$

Эпюры крутящих моментов

Крутящие моменты могут меняться вдоль оси бруса. После определения величин моментов по сечениям строим эпюру крутящих моментов вдоль оси бруса.

*Крутящий момент считаем положительным, если момент внешних пар сил направлены по часовой стрелке, в этом случае: момент внутренних сил упругости направлен против часовой стрелки.*



Вопросы для самоконтроля

1. Что такое кручение?
2. Назовите внутренние силовые факторы при кручении.
3. Какие напряжения возникают в сечении при кручении бруса? Как они распределяются?
4. Назовите виды расчётов на прочность.

## Тема 1.6 Изгиб

Основные понятия и определения. Классификация видов изгиба. Внутренние силовые факторы при прямом изгибе. Эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.

Нормальные напряжения при изгибе.

Дифференциальные зависимости между изгибающим моментом, поперечной силой и интенсивностью распределенной нагрузки. Расчеты на прочность при изгибе. Рациональные формы поперечных сечений балок из пластичных и хрупких материалов. Понятие о касательных напряжениях при изгибе. Линейные и угловые перемещения при изгибе, их определение. Расчеты на жесткость.

### Методические указания

Основные понятия и определения

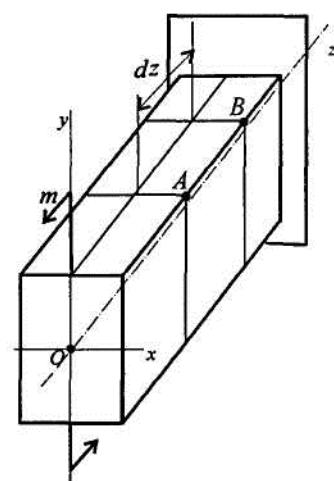
*Изгиб* – такой вид деформации, при котором в поперечных сечениях возникают изгибающие его моменты, поперечные силы равны нулю

*Главная плоскость бруса* – плоскость, проходящая через продольную ось бруса и одну из главных центральных осей его поперечного сечения.

*Силовая плоскость* – плоскость действия нагрузок.

*Силовая линия* – линия пересечения силовой плоскости с плоскостью поперечного сечения.

*Нейтральный слой* – граница между областями растяжения и сжатия – слой волокон, который лишь искривляется, не испытывая при этом ни растяжения, ни сжатия.



*Нейтральная ось* – линия пересечения слоя с плоскостью поперечного сечения бруса.  
*Балка* – брус, работающий на прямой изгиб.

### Виды изгибов

*Чистый изгиб* – изгиб, при котором не возникают поперечные силы.

*Плоский изгиб* – изгиб, при котором все нагрузки и реакции связей лежат в одной плоскости.

*Прямой изгиб* – изгиб, при котором силовая плоскость совпадает с одной из главных плоскостей.

*Косой изгиб* – изгиб, при котором силовая плоскость не совпадает ни с одной из главных плоскостей.

*Поперечный прямой изгиб* – прямой изгиб, при котором изгибающий момент и поперечная сила равны нулю.

Знаки поперечных сил и изгибающих моментов.

Поперечная сила в сечении считается положительной, если она стремится развернуть сечение по часовой стрелке, если против – *отрицательной*.

Если действующие на участке внешние силы стремятся изогнуть балку выпуклостью вниз, то изгибающий момент считается *положительным*, если наоборот – *отрицательным*.

### Внутренние силовые факторы при прямом изгибе

В общем случае прямого изгиба в поперечных сечениях бруса возникают два внутренних силовых фактора: поперечная сила  $Q_y$  и изгибающий момент  $M_x$ .

### Эпюры поперечных сил и изгибающих моментов

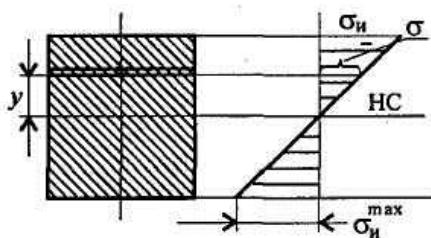
Чтобы построить обе эпюры необходимо сначала разделить балку на участки нагружения. Границы участка – сечения, в которых приложены внешние нагрузки.

#### Правила построения эпюр:

1. Если на некотором участке балки отсутствует распределенная нагрузка, то эпюра поперечной силы – прямая, параллельная оси абсцисс, поперечная сила постоянна.
2. Если на некотором участке имеется равномерно распределенная нагрузка, то эпюра поперечной силы – наклонная прямая, а эпюра изгибающего момента – парабола.
3. Если на некотором участке:
  - поперечная сила больше нуля, то эпюра изгибающего момента – парабола направлена выпуклостью вверх;
  - поперечная сила меньше нуля, то эпюра изгибающего момента – парабола направлена выпуклостью вниз;
  - поперечная сила равна нулю, то изгибающий момент постоянен.
4. Если поперечная сила, изменяясь непрерывно, проходит через нулевое значение, то в соответствующем сечении изгибающий момент принимает экстремальное значение.
5. Под сосредоточенной силой на эпюре поперечной силы возникает скачок, равный приложенной внешней силе, а на эпюре изгибающего момента – резкое изменение угла наклона смежного участка эпюры.
6. В точках, соответствующих началу и концу участка, в пределах которых к балке приложена распределенная нагрузка, параболическая и прямолинейная части эпюр изгибающего момента сопрягаются плавно, если на границах указанных участков не приложено сосредоточенных сил.
7. Там, где к балке приложена сосредоточенная пара сил, на эпюре изгибающего момента получается скачкообразное изменение координат, равное моменту этой пары. На эпюре поперечной силы не отражается.
8. В сечениях, совпадающих с заделкой, поперечная сила и изгибающий момент равны соответственно опорной реакции и опорному моменту.

## Нормальные напряжения при изгибе

Нормальные напряжения возникают при поперечном изгибе бруса.



Слои, расположенные выше продольной оси, растянуты (нормальные напряжения положительные), расположенные ниже оси – сжаты (нормальные напряжения отрицательные). Чем дальше от нейтрального слоя, тем больше нормальные напряжения, которые меняются непрерывно по высоте сечения.

Формула для определения нормальных напряжений в

любом слое поперечного сечения бруса:

$$\sigma_u = \frac{M_u y}{J_x},$$

где  $J_x$  – геометрическая характеристика сечения при изгибе.

Напряжение на поверхности:

$$\sigma_u^{\max} = \frac{M_u}{W_x}$$

## Понятие о касательных напряжениях при изгибе

При поперечном изгибе кроме нормальных напряжений в поперечном сечении бруса возникают касательные напряжения, а согласно закону парности такие же напряжения появляются и в продольных сечениях бруса.

Возьмём две балки – одна цельная, другая – составленная из нескольких положенных друг на друга слоёв. Под действием нагрузки цельная балка изогнётся, брусья второй сдвинутся. В цельной балке сдвигу слоёв препятствуют касательные напряжения. В другой каждый из брусьев деформируется независимо.



На поверхности касательные напряжения равны нулю. Наибольшее значение достигается на нейтральной оси.

Числовые значения касательные напряжений в поперечных сечениях определяют, используя закон парности, через напряжения, возникающие в продольных сечениях.

По формуле Журавского:

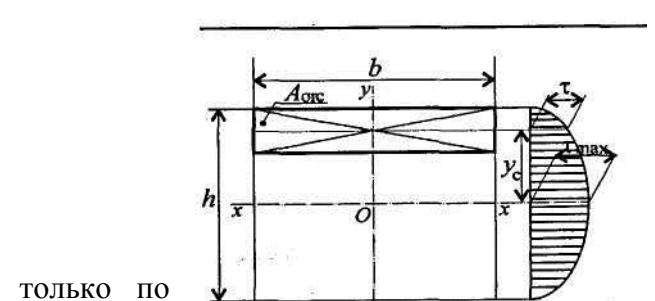
$$\tau = \frac{Q_y \cdot S_x}{J_x \cdot b}$$

$Q_y$  – поперечная сила,

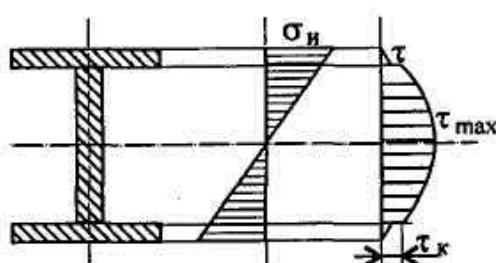
$S_x$  – статический момент,

$J_x$  – момент инерции.

Для длинных балок расчёт проводят только по

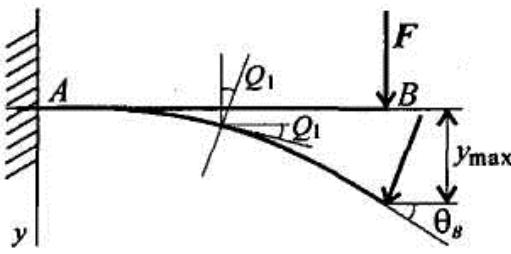


нормальным напряжениям; для коротких, нагруженных значительными поперечными силами вблизи опор, проводят расчёт по касательным напряжениям; двутавр и швеллер проверяют на прочность в точках, где полка сочленяется со стенкой.



## Понятие о линейных и угловых перемещениях

При изгибе под действием поперечных нагрузок продольная ось бруса искривляется. Если изгиб протекает в пределах упругих деформаций, то после снятия нагрузок ось бруса снова выпрямляется. Поэтому изогнутую ось бруса называют *упругой линией*.



*Линейные перемещения* – перемещения центров тяжести произвольных поперечных сечений бруса. Их называют прогибами бруса в соответствующих точках.  $y_{\max}$  – максимальные линейные перемещения,  $Q$  – угловое перемещение.

*Угловые перемещения* – повороты произвольных поперечных сечений бруса.

Универсальный способ определения линейных и угловых перемещений в любых системах – метод Мора.

### Вопросы для самоконтроля

1. Что такое изгиб?
2. Что такое силовая плоскость?
3. Что происходит с нейтральным слоем при изгибе?
4. Назовите виды изгибов.
5. Какие внутренние силовые факторы возникают при прямом изгибе?
6. Какой метод используют для построения эпюор поперечных сил и изгибающих моментов?
7. Как пойдёт эпюра поперечной силы, если на участке балки нет распределённой нагрузки? Эпюра изгибающего момента.
8. В каком случае изгибающий момент принимает экстремальное значение?

## Тема 1.7 Сочетание основных деформаций

Напряженное состояние в точке упругого тела. Главные напряжения. Виды напряженных состояний. Упрощенное плоское напряженное состояние.

Назначение гипотез прочности. Эквивалентное напряжение. Гипотеза наибольших касательных напряжений. гипотеза энергии формоизменения. Расчет бруса круглого поперечного сечения при сочетании основных деформаций.

### Методические указания

#### Напряженное состояние в точке упругого тела

Напряженное состояние в точке упругого тела характеризуется нормальными и касательными напряжениями, возникающими на всех площадках, проходящих через данную точку.

Рассматриваемую точку изображают в виде параллелепипеда. Считается, что задача решена, если определены напряжения на трех взаимно перпендикулярных плоскостях.

Среди множества площадок, которые можно провести через данную точку, есть три такие взаимно перпендикулярные площадки, на которых отсутствуют касательные напряжения. Эти площадки называются главными.

Нормальные напряжения будут называться главными.

#### Классификация видов напряженного состояния

1. Если все три главные напряжения не равны нулю, то это трехосное напряженное состояние, называемое объемным.
2. Если два из главных напряжений противоположны по знаку, напряженное состояние называют упрощенным плоским.
3. Если одно из главных напряжений равно нулю, то напряженное состояние называют плоским или двухосным.
4. Если лишь одно из главных напряженных состояний не равно нулю, напряженное состояние называют линейным.

Назначение гипотез прочности:

Замена реального сложного деформированного состояния равноопасным простым.

Существует пять гипотез прочности.

Первая была предложена Галилеем, но для нынешних материалов не прошла экспериментальную проверку. Основана на гипотезе наибольших нормальных напряжений.

Вторая гипотеза была предложена Мариотто. Основана на гипотезе наибольших линейных деформаций. Экспериментальная проверка обнаружила ряд недостатков.

Третья гипотеза, предложена Кулоном - гипотеза максимальных касательных напряжений: два напряженных состояния равноопасны, если максимальные касательные напряжения у них одинаковы.

$$\sigma_{III_3} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$$

Эта гипотеза применима для пластичных материалов.

Четвертая гипотеза предложена Мором. Основывается на двух факторах –  $\sigma$  и  $\tau$ , поэтому она более совершенна.

$$\sigma_3 = \sigma_1 - v\sigma_3.$$

Применяется для хрупких и пластичных материалов.

$$v = \frac{\sigma_{m.p.}}{\sigma_{m.c.}} - \text{для пластичных материалов}$$

$$v = \frac{\sigma_{e.p.}}{\sigma_{e.c.}} - \text{для хрупких материалов}$$

Пятая гипотеза – гипотеза энергии формоизменения:

Два напряженных состояния равноопасны, если энергия формоизменения у них одинакова

$$\sigma_{V_3} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$$

Справедлива только для пластичных материалов.

Используются лишь последние три гипотезы. Расчёты по гипотезам прочности избавляют от необходимости подвергать проектируемые конструкции и детали испытаниям на прочность.

#### Вопросы для самоконтроля

1. Чем характеризуется напряжённое состояние в точке упругого тела?
2. Классификация видов напряжённого состояния.
3. Какие гипотезы прочности вы знаете?
4. Какие гипотезы применяются для расчетов напряжённых состояний?

### Тема 1.8 Устойчивость сжатых стержней

Критическая сила, критическое напряжение, гибкость, предельная гибкость. Формула Эйлера. Формула Ясинского. Категории стержней в зависимости от их гибкости. Коэффициент запаса устойчивости расчеты на устойчивость сжатых стержней.

#### Методические указания

*Критическая сила* – это наибольшее значение сжимающей силы, при которой стержень находится в первоначальном положении, сохраняет устойчивость.

$$F_{kp} = \frac{\pi^2 E J_{min}}{(\mu l)^2}$$

*Критическое напряжение* – это напряжение сжатия, соответствующее критической силе.

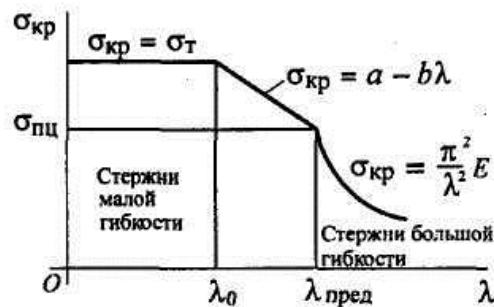
$$\sigma_{kp} = \frac{F_{kp}}{A}$$

Категории стержней в зависимости от их гибкости

Гибкость – безразмерная величина, характеризующая сопротивляемость стержня потере устойчивости. Гибкость стержня зависит от длины стержня, формы и размеров его сечения.

Экспериментально было установлено, что все стержни делятся на 3 группы:

1. стержни малой гибкости:  $\lambda \leq 40$
2. стержни средней гибкости:  $40 \leq \lambda \leq 100$
3. стержни большой гибкости:  $\lambda > 100$ .



$$\text{Формула гибкости: } \lambda = \frac{\mu \cdot l}{i_{\min}}$$

Формула Эйлера применяется для стержней большой гибкости,  $\lambda \geq 100$

$$F_{kp} = \frac{\pi^2 E J_{\min}}{l_{np}^2},$$

где  $l_{np} = \mu l$ ,  $\mu$  – коэффициент приведения длины, зависит от способа закрепления стержня.

Минимальный радиус инерции:

$$j_{\min} = \sqrt{\frac{J_{\min}}{A}}$$

Формула Ясенского применяется для стержней средней гибкости,  $40 \leq \lambda \leq 100$

$$\sigma_{kp} = a - b\lambda$$

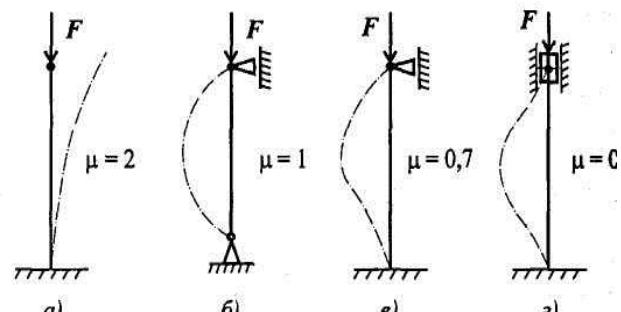
где  $a$  и  $b$  – коэффициенты, зависящие от материала; их значения берут из таблиц.

Для стержней малой гибкости проводят расчёт на сжатие.

$$\sigma_{kp} = \sigma_m$$

$$\text{Условие устойчивости: } F \leq \frac{F_{kp}}{[S_y]},$$

где  $S_y$  – запас устойчивости.



#### Вопросы для самоконтроля

1. Что такое критическая сила?
2. Назовите категории стержней в зависимости от их гибкости.
3. В каком случае применяют формулу Эйлера?
4. Область применения формулы Ясенского.

## **Тема 1.9 Сопротивление усталости**

Циклы напряжений. Усталостное разрушение, его причины и характер. Кривая усталости, предел выносливости. Факторы, влияющие на величину предела выносливости. Коэффициент запаса.

### **Методические указания**

#### **Циклы напряжений**

Многие детали машин работают в условиях переменных нагрузок, в связи с этим возникают переменные во времени напряжения.

*Цикл – совокупность последовательных напряжений за один период их изменения.*

Цикл характеризуется максимальным и минимальным значениями напряжения.

#### **Усталостное разрушение, его причины и характер**

*Усталость – процесс постепенного накопления повреждения материала под действием переменных напряжений, приводящих к изменению свойств, образованию трещин, их развитию и разрушению.*

Характерный вид усталостного напряжения – трещины – часть поверхности, блестящая на изломе.

Усталостное напряжение происходит при напряжениях ниже предела прочности.

#### **Причины усталостного напряжения**

1. Появление микроскопических трещин из-за неоднородности строения материала.
2. Следы механической обработки и повреждение поверхности детали.
3. Газовые и шлаковые включения.
4. Раковины.
5. Следы резца.

*Предел выносливости – наибольшее напряжение цикла, при котором не происходит усталостного разрушения образца из данного материала. Зависит от свойств материала образца, определяется опытным путем.*

#### **Факторы, влияющие на сопротивление усталости**

- 1) концентрация напряжений.
- 2) размеры деталей.
- 3) характер обработки поверхности.

#### **Вопросы для самоконтроля**

1. Что такое цикл напряжений? Чем он характеризуется?
2. Что такое усталостное напряжение? Назовите его причины.
3. Перечислите факторы, влияющие на сопротивление усталости.

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1

**Задание 1.** Для ступенчатого бруса (рис. 1) требуется:

- 1) построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений;
- 2) определить полное удлинение стержня, если  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа;
- 3) проверить прочность стержня, если  $[\sigma] = 160$  МПа.

Данные своего варианта взять из таблицы 1.

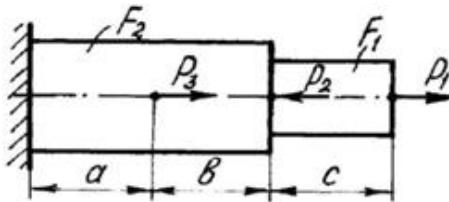


Рисунок 1. Схема нагружения бруса

## Методические указания

1. Изобразить расчетную схему в соответствии с условием задачи.
2. Выписать исходные данные из таблицы.
3. Разделить брус на участки, границы которых определяются сечениями, где приложены внешние нагрузки (для построения эпюры продольных сил) и меняется площадь поперечного сечения (для эпюры напряжений). Пронумеровать участки.
4. Определить внутренние силовые факторы на каждом участке, для чего применить метод сечения и правило знаков.
5. Построить эпюру  $N$ .
6. Определить напряжение на каждом участке по формуле  

$$\sigma = N/A, \quad (1.1)$$
- где  $N$  – продольная сила, Н;  
 $A$  – площадь поперечного сечения,  $\text{мм}^2$ ;  
 $\sigma$  – нормальное напряжение, МПа.
7. Построить эпюру нормальных напряжений по длине бруса.
8. Определить деформацию на каждом участке бруса и его полную абсолютную деформацию по формулам

$$\Delta l = \frac{Nl}{EA} = \frac{\sigma l}{E}, \quad (1.2)$$

где  $\Delta l$  – абсолютное удлинение бруса, мм;

$E$  – модуль упругости, МПа;

$l$  – начальная длина бруса, мм.

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3 + \Delta l_4 \quad (1.3)$$

9. Проверить прочность бруса через условие прочности  $\sigma \leq [\sigma]$ .

*Примечание:*

- вычисленные значения продольных сил  $N$  и напряжений  $\sigma$  необходимо округлить в дальнейших расчетах до целых чисел согласно правилам округления;
- вычисленные значения деформаций необходимо округлить до тысячных ( $0,15868 \approx 0,159$ );
- точка приложения силы  $P_2$  делит отрезок « $c$ » пополам;
- $1\text{kH}=10^3\text{H}$ ,  $1\text{cm}^2=10^2\text{mm}^2$  ( $2\text{cm}^2=2*10^2\text{mm}^2$ ),  $1\text{MPa}=1\text{H/mm}^2$ ,  $1\text{m}=10^3\text{mm}$ .

Таблица 1

Вариант			P <sub>1</sub> , кН	P <sub>2</sub> , кН	P <sub>3</sub> , кН	F <sub>1</sub> , см <sup>2</sup>	F <sub>2</sub> , см <sup>2</sup>	a, м	b, м	c, м
1	16	31	10	40	15	2	7	0,1	0,2	0,4
2	17	32	15	12	20	3	8	0,2	0,3	0,5
3	18	33	20	14	25	4	9	0,3	0,4	0,6
4	19	34	25	15	30	5	10	0,4	0,5	0,8
5	20	35	30	22	35	6	11	0,5	0,6	0,9
6	21	36	35	24	40	7	12	0,6	0,8	0,2
7	22	37	40	26	14	8	13	0,7	0,9	0,1
8	23	38	12	45	15	9	14	0,8	0,2	0,1
9	24	39	14	42	22	10	2	0,9	0,1	0,2
10	25	40	15	10	24	11	18	0,2	0,2	0,3
11	26	41	22	15	26	12	16	0,1	0,3	0,4
12	27	42	24	20	45	13	14	0,2	0,4	0,5
13	28	43	26	25	42	14	12	0,3	0,1	0,6
14	29	44	28	30	10	2	8	0,4	0,2	0,7
15	30	45	8	12	22	4	9	0,5	0,3	0,8

Контрольные вопросы:

1. Какие силы называют внешними и внутренними?
2. В чём заключается метод сечений?
3. Что такое напряжение?
4. Назовите внутренние силовые факторы при растяжении (сжатии).
5. От чего зависят продольные силы?
6. Дайте определение продольной и поперечной деформации.
7. Что характеризует модуль упругости?
8. Что такое коэффициент запаса прочности?

Литература: ОИ1 стр. 162-196.

**Задание 2.** Определить потребное количество заклепок для передачи внешней нагрузки  $F$ . Заклепки расположить в два ряда. Определить размеры соединяемых листов.

Данные своего варианта взять из таблицы 2.

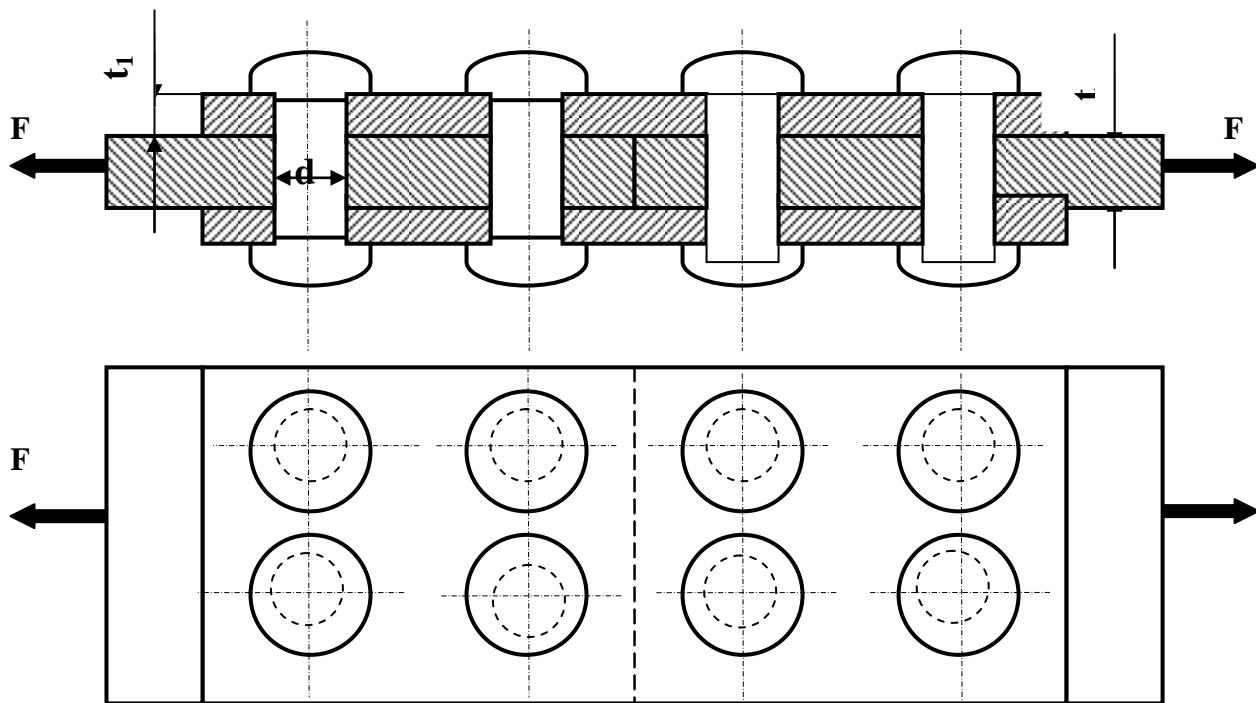


Рисунок 2. Заклепочное соединение

### Методические указания

1. По условию прочности на срез количество заклёпок  $i$  должно быть:

$$i \geq F / (k \cdot A_{cp} \cdot [\tau_{cp}]), \quad (2.1)$$

где  $k=2$ , так как заклёпки двухсрезные,

$F$  – внешняя сила, Н;

$A_{cp}$  – площади среза, мм;

$[\tau_{cp}]$  – допускаемое напряжение среза, МПа.

$$A_{cp} = \pi d^2 / 4 \quad (2.2)$$

2. По условию прочности на смятие количество заклёпок должно быть:

$$i \geq F / (A_{cm} \cdot [\sigma_{cm}]), \quad (2.3)$$

где  $A_{cm}$  – площадь смятия,  $\text{мм}^2$ ;

$[\sigma_{cm}]$  – допускаемое напряжение смятия, МПа.

$$\text{при } t < 2t_1 \quad A_{cm} = t \cdot d \quad (2.4)$$

$$\text{при } t > 2t_1 \quad A_{cm} = 2t_1 \cdot d, \quad (2.5)$$

где  $t, t_1$  – толщина соединяемых листов, мм.

3. Для размещения заклёпок в плане надо определить необходимую ширину листов.

Из условия прочности на растяжение рабочая площадь сечения листа  $A$  должна быть  $A \geq F/[\sigma]$   
Рабочая ширина листа  $b = A/t$  (2.6)

Полная ширина листа  $B = b + m \cdot d$ , (2.7)

где  $m$  – число заклёпок в поперечном сечении.

При ширине  $B \geq 120$  мм число заклёпок в поперечном ряду должно быть не менее двух.

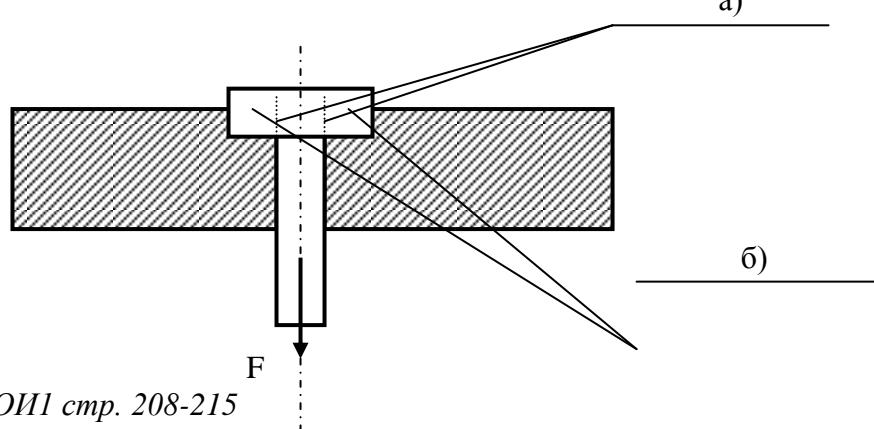
4. Приняв шаг  $a = 3d$  и расстояние от осей заклёпочных отверстий до краёв листов и накладок по  $c = 2,5d$ , размещаем заклепки как показано на рис.2.

Таблица 2

Варианты			t, мм	t <sub>1</sub> , мм	d, мм	F, кН	[τ <sub>ср</sub> ], МПа	[σ <sub>см</sub> ], МПа
1	11	21	5	2	10	150	100	240
2	12	22	6	3	12	155	100	280
3	13	23	7	4	14	160	100	240
4	14	24	8	5	16	165	100	280
5	15	25	9	6	18	170	100	240
6	16	26	10	7	20	175	100	280
7	17	27	5	2	10	180	140	280
8	18	28	6	3	12	185	140	320
9	19	29	7	4	14	190	140	280
10	20	30	8	5	16	195	140	320

## Контрольные вопросы

1. Какие напряжения возникают при сдвиге (срезе) и смятии?
  2. Укажите единицы измерения напряжений сдвига (среза) и смятия.
  3. Выберите правильный вариант ответа.  
Закон Гука при сдвиге (срезе) устанавливает зависимость между:
    - напряжением и силой
    - напряжением и площадью
    - напряжением и деформацией
    - напряжением и массой
  4. Запишите условия прочности на срез и смятие.
  5. Какая часть детали испытывает деформацию сдвига (среза), смятия?



*Литература: ОИ1 стр. 208-215*

**Задание 3.** Для стального вала круглого поперечного сечения определить значения внешних моментов, соответствующих передаваемым мощностям, и уравновешенный момент. Данные для своего варианта необходимо взять из таблицы 3.

1. Построить эпюру крутящих моментов по длине вала.
2. Рациональным расположением шкивов на валу добиться уменьшения значения максимального крутящего момента на валу.
3. Построить эпюру крутящих моментов для этого случая.
4. Дальнейшие расчеты вести для вала с рациональным расположением шкивов.
5. Определить диаметры вала по сечениям из расчетов на прочность и жесткость.

Полученный больший результат округлить до ближайшего четного или оканчивающегося на 5 числа.

6. При расчете использовать следующие данные: вал вращается с угловой скоростью 25 рад/с; материал вала — сталь, допускаемое напряжение кручения 30 МПа, модуль упругости при сдвиге  $8 \cdot 10^4$  МПа; допускаемый угол закручивания  $[\varphi_0] = 0,02$  рад/м.

7. Провести расчет для вала кольцевого сечения, приняв  $c = 0,9$ . Сделать выводы о целесообразности выполнения вала круглого или кольцевого сечения, сравнив площади поперечных сечений.

### Методические указания

1. Определить численные значения внешних скручивающих моментов на каждом участке:

$$M = \frac{P}{\omega} \quad (3.1)$$

Из условия равновесия вала определить уравновешивающий момент  $M_0$ :  $\Sigma M = 0$  (3.2)

2. Разбить вал на 3 участка. С помощью метода сечений определить крутящие моменты на каждом участке.

Эпюру крутящих моментов по длине вала построить в масштабе:  $\mu_M = 20 \text{ Н}\cdot\text{м}/\text{мм}$ .

3. Определить требуемые полярные моменты сопротивления:

$$W_p \geq \frac{M_k}{[\tau]} \quad (3.3)$$

Определить диаметры вала из расчета на прочность:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot W_p}{\pi}} \quad (3.4)$$

4. Определить требуемые полярные моменты инерции:

$$J_p \geq \frac{M_k}{G[\varphi_0]} \quad (3.5)$$

5. Определить диаметры вала из расчета на жесткость:

$$d \geq \sqrt[4]{\frac{32 \cdot J_p}{\pi}} \quad (3.6)$$

6. Округлить диаметры вала до ближайшего четного или оканчивающегося на 5 числа.

7. Определить площади валов для случаев круглого и кольцевого сечений в наиболее нагруженном сечении (по максимальному крутящему моменту на эпюре моментов).

$$\text{Для круглого сечения} - A_1 = \frac{\pi d^2}{4} \quad (3.7)$$

$$\text{Для кольцевого сечения} - A_2 = \frac{\pi d^2}{4} (1 - c^4) \quad (3.8)$$

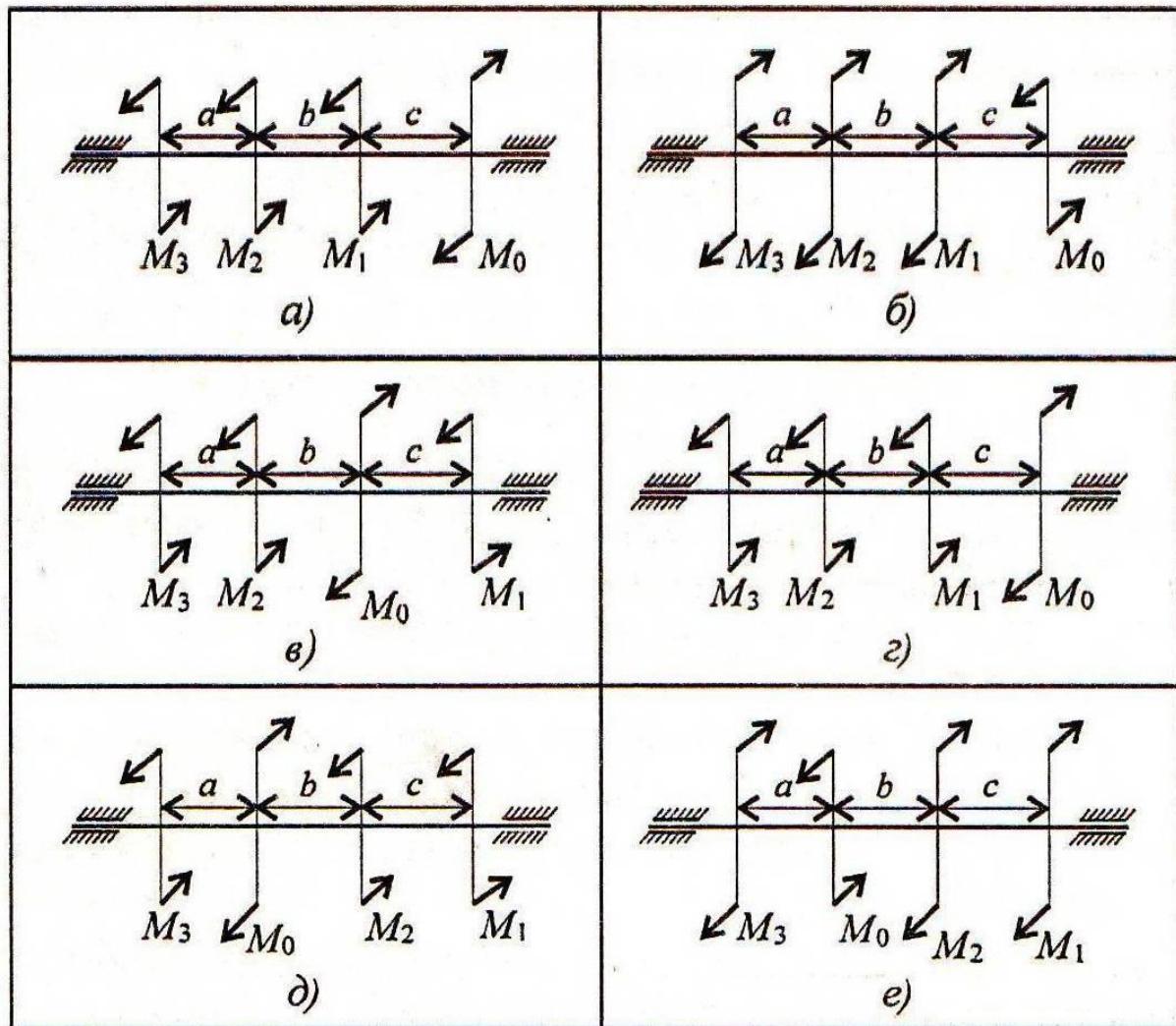
Диаметр для кольцевого сечения в наиболее нагруженном сечении определить из условия прочности:  $d \geq \sqrt[3]{\frac{M_k}{0,2(1 - c^4)[\tau_k]}}$  (3.9)

8. Сравнить площади поперечного сечения и сделать вывод о целесообразности выполнения вала круглого или кольцевого сечения.

Таблица 3

Вариант	Схема нагружения	Параметр		
		$a = b = c, \text{м}$	$P_1, \text{кВт}$	$P_2, \text{кВт}$
1	а	1,1	2,1	2,6
2	б	1,2	2,2	2,7
3	в	1,3	2,3	2,8
4	г	1,4	2,4	2,9
5	д	1,5	2,5	3,0
6	е	1,6	2,6	3,1
7	а	1,7	2,7	3,2
8	б	1,8	2,8	3,3
9	в	1,9	2,9	3,4
10	г	2,0	3,0	3,5
11	д	2,1	3,1	3,6
12	е	2,2	3,2	3,7
13	а	2,3	3,3	3,8
14	б	2,4	3,4	3,9
15	в	2,5	3,5	4,0
16	г	2,6	3,6	4,1
17	д	2,7	3,7	4,2
18	е	2,8	3,8	4,3
19	а	2,9	3,9	4,4
20	б	3,0	4,0	4,5
21	в	3,1	4,1	4,6
22	г	3,2	4,2	4,7
23	д	3,3	4,3	4,8
24	е	3,4	4,4	4,9
25	а	3,5	4,5	5,0
26	б	3,6	4,6	5,1
27	в	3,7	4,7	5,2
28	г	3,8	4,8	5,3
29	д	3,9	4,9	5,4
30	е	4,0	5,0	5,5
				6,0

СХЕМЫ НАГРУЖЕНИЯ



Контрольные вопросы:

1. Что такое кручение?
2. Назовите внутренние силовые факторы при кручении.
3. Какие напряжения возникают в сечении при кручении бруса? Как они распределяются?
4. Назовите виды расчётов на прочность.

Литература: ОИ1 Стр. 216-231

**Задание 4.** Подобрать сечение центрально-сжатой стойки по данным одного из вариантов. Материал стойки для нечетных вариантов — сталь С-245, для четных вариантов — сталь С-345. Схему нагружения выбрать в соответствии со своим вариантом.

### Методические указания

1. Выбрать величину коэффициента продольного изгиба  $\varphi$ . В первом приближении его можно принять равным 0,6...0,8.
2. Определить требуемую площадь сечения стойки

$$A_{tp} = \frac{F}{\varphi R} \quad (4.1)$$

где  $F$  — центрально-сжимающая сила;

$R = 240$  МПа — расчетное сопротивление стали С-245;

$R = 335$  МПа — расчетное сопротивление стали С-345.

3. По найденной площади определить номера профилей проката, из которых состоит сечение согласно стандартам (Приложение 1).

Определить общую площадь сечения  $A$ .

4.. Проверить устойчивость принятого сечения стержня в следующем порядке:

- a) определить расчетную длину стержня.

$$l_0 = \mu l \quad (4.2)$$

где  $\mu$  — коэффициент приведения длины, который зависит от способа закрепления концов (Приложение 2);

$l$  — геометрическая длина стержня.

б) определить момент инерции сечения  $J_x$  и  $J_y$  относительно главных центральных осей  $x, y$ , которые совпадают с осями симметрии сечения. Моменты инерции профилей проката относительно собственных осей определяются по ГОСТам (Приложение 1).

- в) определить радиусы инерции сечения

$$i_x = \sqrt{J_x/A} \quad (4.3)$$

$$i_y = \sqrt{J_y/A}$$

г) определить гибкость стержня относительно осей  $x$  и  $y$ :

$$\lambda_x = l_0/i_x \quad (4.4)$$

$$\lambda_y = l_0/i_y$$

д) по наибольшему значению гибкости  $\lambda$  и в зависимости от материала стойки определить коэффициент продольного изгиба определим коэффициент  $\varphi$  (Приложение 3).

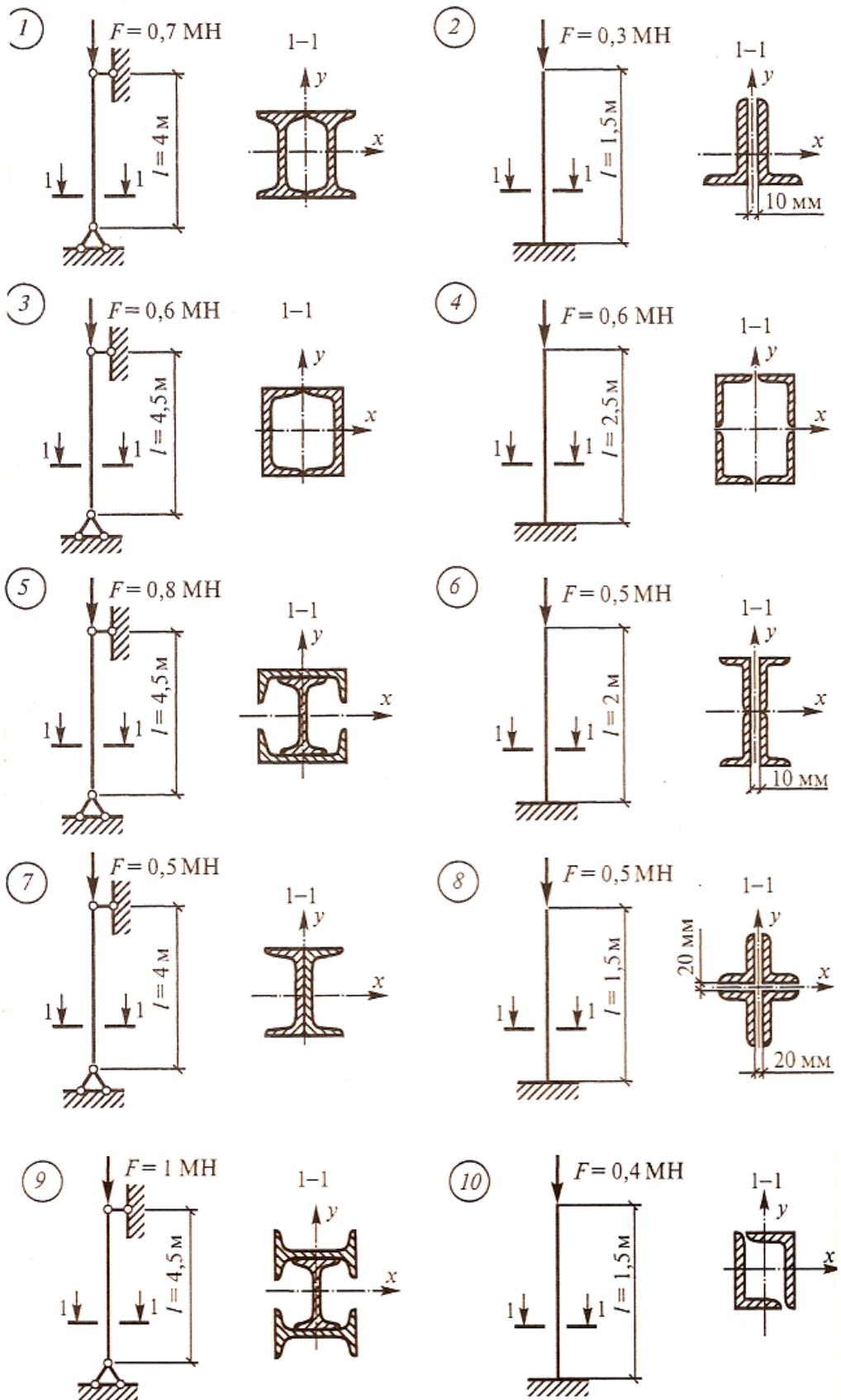
$$\text{е) определить расчетное напряжение в сечении: } \frac{F}{\varphi A} \leq R \quad (4.5)$$

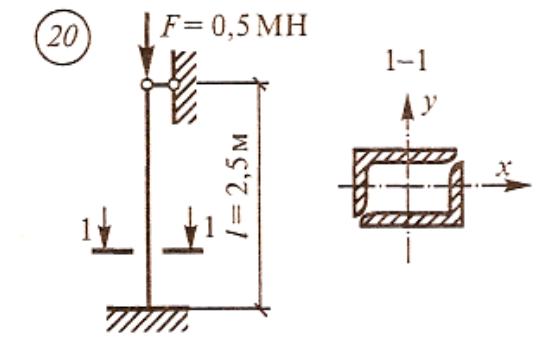
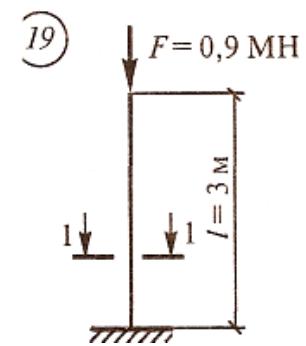
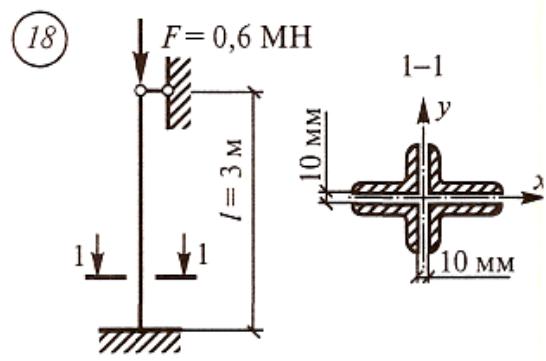
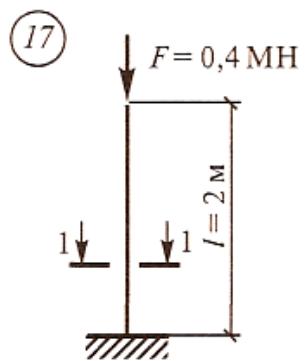
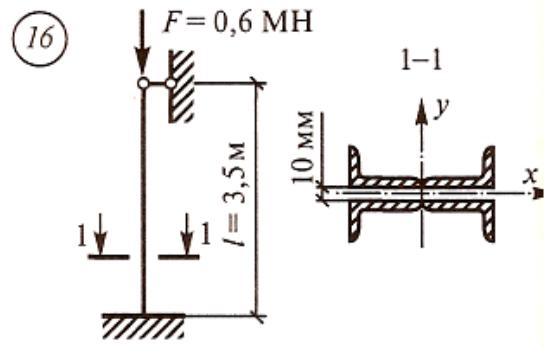
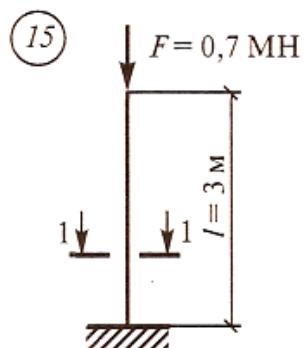
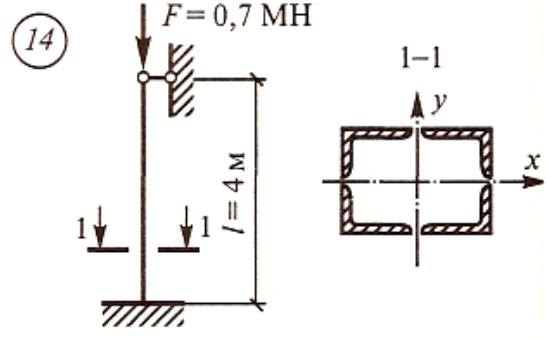
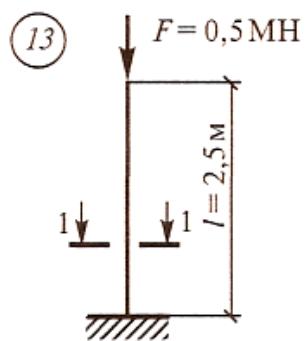
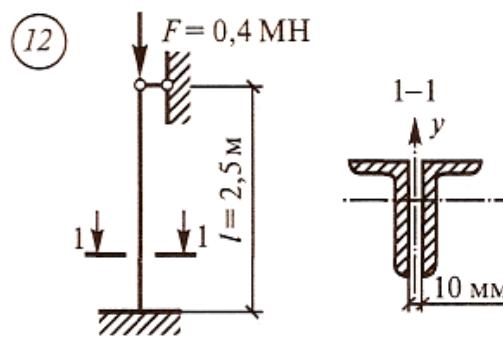
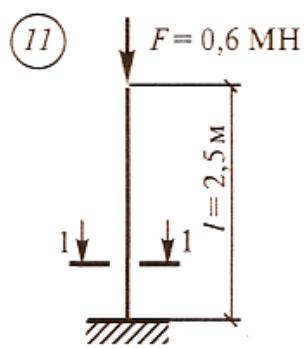
где  $R$  — расчетное сопротивление (Приложение 4).

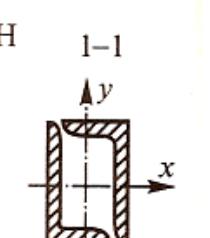
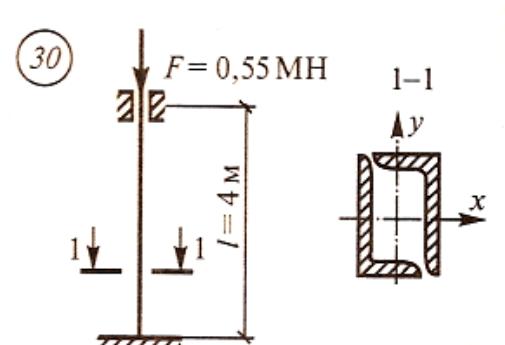
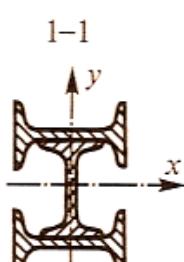
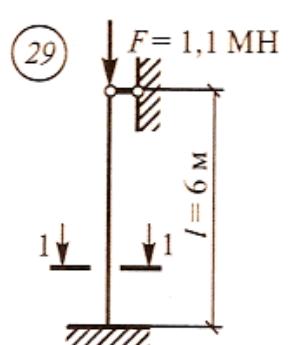
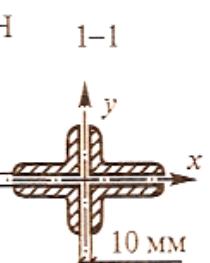
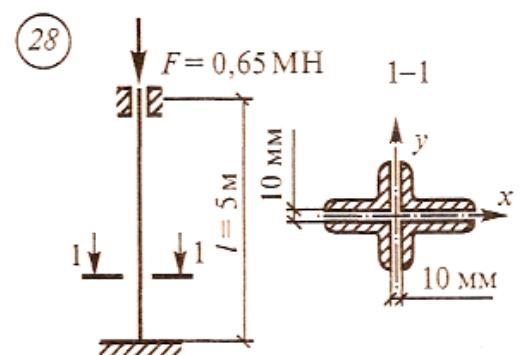
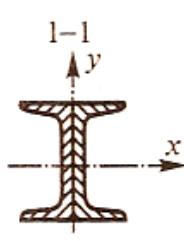
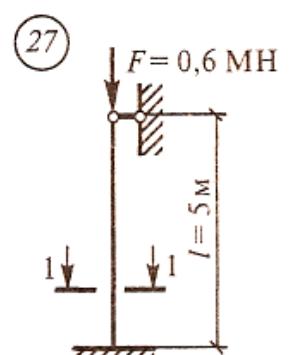
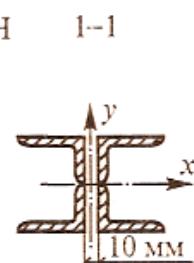
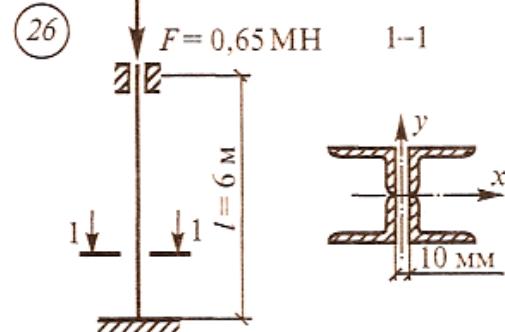
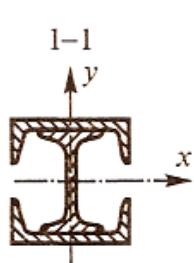
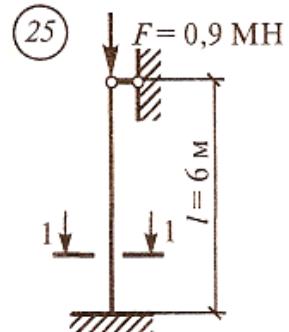
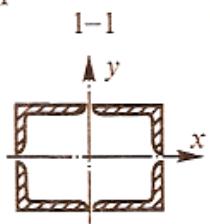
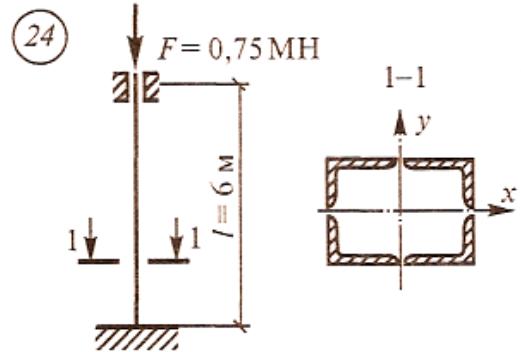
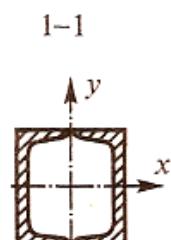
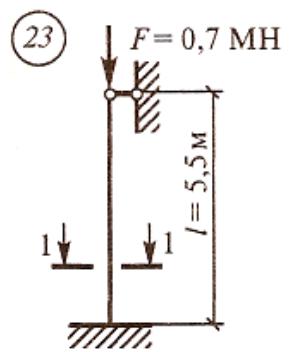
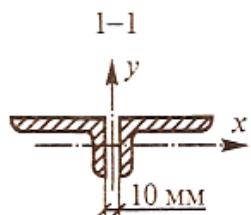
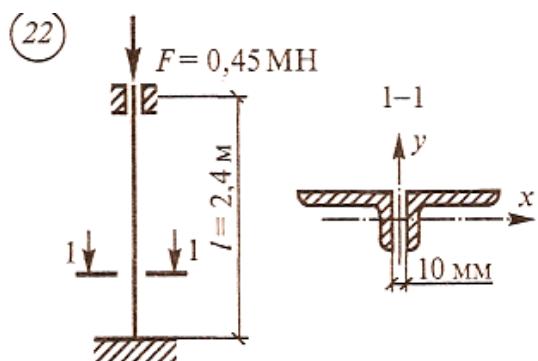
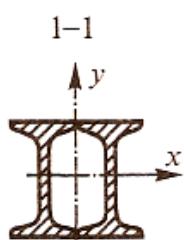
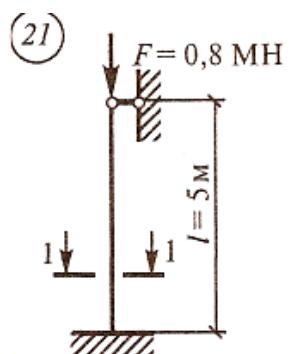
Если условие удовлетворено, то устойчивость стержня обеспечена, если не удовлетворено — не обеспечено.

Если несущая способность стойки не обеспечена, то необходимо увеличить площадь сечения, приняв больший профиль, и проверить устойчивость стойки, добиваясь выполнения неравенства.

### СХЕМЫ НАГРУЖЕНИЯ







Контрольные вопросы:

1. Какое равновесие называется устойчивым?
2. Написать формулу Эйлера для расчета критической силы и назовите входящие величины и единицы их измерения.
3. При каких условиях можно использовать формулу Эйлера для расчета критической силы?
4. Написать условие устойчивости. Чем отличается допускаемая сжимающая сила от критической?

*Литература ОИ1 стр. 290-300*

## **Список используемой литературы**

### **Основные источники:**

1. Олофинская, В.П. Техническая механика. Курс лекций с вариантами практических и тестовых заданий [Текст]: учебное пособие / В.П. Олофинская.- 3-е изд., испр.- Москва: ФОРУМ, 2013.- 352с.

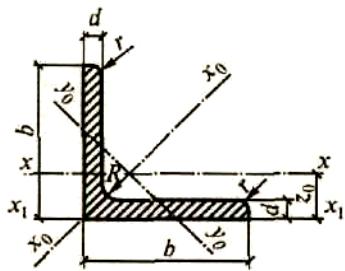
### **Дополнительные источники**

1. Аркуша, А.И. Техническая механика. Теоретическая механика и сопротивление материалов [Текст]: учебник / Аркуша, А.И. – Москва: Высшая школа, 2003. – 352с.
2. Эрдеди, А.А. Теоретическая механика. Сопротивление материалов [Текст] : учебное пособие / А.А. Эрдеди, Н.А. Эрдеди.- 10-е изд.. стер.- Москва: Академия, 2009.- 320с.

# ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

## Сталь прокатная угловая равнополочная (ГОСТ 8609-86)



### Обозначения;

*b* — ширина полки;  
*d* — толщина полки;  
*R* — радиус внутреннего закругления;  
*r* — радиус закругления полки;  
*J* — момент инерции;  
*i* — радиус инерции;  
*Z<sub>0</sub>* — расстояние от центра тяжести до полки.

Таблица 1

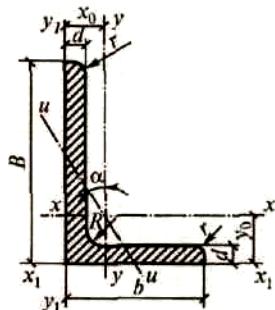
Номер профиля	Размеры, мм				Площадь сечения, см <sup>2</sup>	Масса 1 м длины, кг	Справочные величины для осей						<i>Z<sub>0</sub></i> , см		
	<i>b</i>	<i>d</i>	<i>R</i>	<i>r</i>			<i>x-x</i>		<i>x<sub>0</sub>-x<sub>0</sub></i>		<i>y<sub>0</sub>-y<sub>0</sub></i>	<i>x<sub>1</sub>-x<sub>1</sub></i>			
							<i>J<sub>x</sub></i> , см <sup>4</sup>	<i>i<sub>x</sub></i> , см	<i>J<sub>x0</sub></i> , см <sup>4</sup>	<i>i<sub>x0</sub></i> , см	<i>J<sub>y0</sub></i> , см <sup>4</sup>	<i>i<sub>y0</sub></i> , см	<i>J<sub>x1</sub></i> , см <sup>4</sup>		
4,5	45	3	5	1,7	2,65	2,08	5,13	1,39	8,13	1,75	2,12	0,89	9,04	1,21	
		4	5		3,48	2,73	6,63	1,38	10,50	1,74	2,74	0,89	12,10	1,26	
					4,29	3,37	8,03	1,37	12,70	1,72	3,33	0,88	15,30	1,30	
5	50	3	4	5,5	1,8	2,96	2,32	7,11	1,55	11,3	1,95	2,95	1,00	12,4	1,33
		4	5			3,89	3,05	9,21	1,54	14,6	1,94	3,80	0,99	16,6	1,38
						4,80	3,77	11,20	1,53	17,8	1,92	4,63	0,98	20,9	1,42
5,6	56	4	5	6	2	4,38	3,44	13,10	1,73	20,8	2,18	5,41	1,11	23,3	1,52
						5,41	4,25	16,00	1,72	25,4	2,16	6,59	1,10	29,2	1,57
6,3	63	4	5	7	2,3	4,96	3,90	18,90	1,95	29,9	2,45	7,81	1,25	33,1	1,69
		5	6			6,13	4,81	23,10	1,94	36,6	2,44	9,52	1,25	41,5	1,74
						7,28	5,72	27,10	1,93	42,9	2,43	11,20	1,24	50,0	1,78
7	70	4,5				6,20	4,87	29,00	2,16	46,0	2,72	12,0	1,39	51,0	1,88
		5				6,86	5,38	31,90	2,16	50,7	2,72	13,2	1,39	56,7	1,90
		6				8,15	6,39	37,60	2,15	59,6	2,71	15,5	1,38	68,4	1,94
		7				9,42	7,39	43,00	2,14	68,2	2,69	17,8	1,37	80,1	1,99
		8				10,70	8,37	48,20	2,13	76,4	2,68	20,0	1,37	91,1	2,02
7,5	75	5				7,39	5,80	39,50	2,31	62,6	2,91	16,4	1,49	69,6	2,02
		6				8,78	6,89	46,60	2,30	73,9	2,90	19,3	1,48	83,9	2,06
		7				10,10	7,96	53,30	2,29	84,6	2,89	22,1	1,48	98,3	2,10
		8				11,50	9,02	59,80	2,28	94,9	2,87	24,8	1,47	113,0	2,15
		9				12,80	10,10	66,10	2,27	105,0	2,86	27,5	1,46	127,0	2,18
8	80	5,5				8,63	6,78	52,70	2,47	83,6	3,11	21,8	1,59	93,2	2,17
		6				9,38	7,36	57,00	2,47	90,4	3,11	23,5	1,58	102,0	2,19
		7				10,80	8,51	65,30	2,45	104,0	3,09	27,0	1,58	119,0	2,23
		8				12,30	9,65	73,40	2,44	116,0	3,08	30,3	1,57	137,0	2,27
9	90	6				10,60	8,33	82,10	2,78	130,0	3,50	34,0	1,79	145,0	2,43
		7				12,30	9,64	94,30	2,77	150,0	3,49	38,9	1,78	169,0	2,47
		8				13,90	10,90	106,00	2,76	168,0	3,48	43,8	1,77	194,0	2,51
		9				15,60	12,20	118,00	2,75	186,0	3,46	48,6	1,77	219,0	2,55
		6,5				12,8	10,1	122,0	3,09	193,0	3,88	50,7	1,99	214,0	2,68
10	100	7				13,8	10,8	131,0	3,08	207,0	3,88	54,2	1,98	231,0	2,71
		8				15,6	12,2	147,0	3,07	233,0	3,87	60,9	1,98	265,0	2,75
		10				19,2	15,1	179,0	3,05	284,0	3,84	74,1	1,96	333,0	2,83
		12				22,8	17,9	209,0	3,03	331,0	3,81	86,9	1,95	402,0	2,91
		14				26,3	20,6	237,0	3,00	375,0	3,78	99,3	1,94	472,0	2,99
		16				29,7	23,3	264,0	2,98	416,0	3,74	113,0	1,94	542,0	3,06
11	110	7		12	4	15,2	11,9	176,0	3,40	279,0	4,29	72,7	2,19	308,0	2,96
		8				17,2	13,5	198,0	3,39	315,0	4,28	81,8	2,18	353,0	3,00
12,5	125	8				19,7	15,5	294,0	3,87	467,0	4,87	122,0	2,49	516,0	3,36
		9				22,0	17,3	327,0	3,86	520,0	4,86	135,0	2,48	582,0	3,40
		10				24,3	19,1	360,0	3,85	571,0	4,84	149,0	2,47	649,0	3,45
		12				28,9	22,7	422,0	3,82	670,0	4,82	174,0	2,46	782,0	3,53
		14				33,4	26,2	482,0	3,80	764,0	4,78	200,0	2,45	916,0	3,61
		16				37,8	29,6	539,0	3,78	853,0	4,75	224,0	2,44	1051,0	3,68
14	140	9		14	4,6	24,7	19,4	466,0	4,34	739,0	5,47	192,0	2,79	818,0	3,78
		10				27,3	21,5	512	4,33	814,0	5,46	211,0	2,78	911,0	3,82
		12				32,5	25,5	602,0	4,31	957,0	5,43	248,0	2,76	1097,0	3,90

Продолжение таблицы 1

Номер профиля	Размеры, мм				Площадь сечения, см <sup>2</sup>	Масса 1 м длины, кг	Справочные величины для осей									
	<i>b</i>	<i>d</i>	<i>R</i>	<i>r</i>			<i>x-x</i>		<i>x<sub>0</sub>-x<sub>0</sub></i>		<i>y<sub>0</sub>-y<sub>0</sub></i>		<i>x<sub>1</sub>-x<sub>1</sub></i>			
							<i>J<sub>x</sub></i> , см <sup>4</sup>	<i>i<sub>x</sub></i> , см	<i>J<sub>x0</sub></i> , max, см <sup>4</sup>	<i>i<sub>x0</sub></i> , max, см	<i>J<sub>y0</sub></i> , max, см <sup>4</sup>	<i>i<sub>y0</sub></i> , max, см	<i>J<sub>x1</sub></i> , см <sup>4</sup>	<i>Z<sub>0</sub></i> , см		
16	160	10	16	5,3	31,4	24,7	774,0	4,96	1229,0	6,25	319,0	3,19	1356,0	4,30		
		11			34,4	27,0	844,0	4,95	1341,0	6,24	348,0	3,18	1494,0	4,35		
		12			37,4	29,4	913,0	4,94	1450,0	6,23	376,0	3,17	1633,0	4,39		
		14			43,3	34,0	1046,0	4,92	1662,0	6,20	431,0	3,16	1911,0	4,47		
		16			49,1	38,5	1175,0	4,89	1866,0	6,17	485,0	3,14	2191,0	4,55		
		18			54,8	43,0	1299,0	4,87	2061,0	6,13	537,0	3,13	2472,0	4,63		
		20			60,4	47,4	1419,0	4,85	2248,0	6,10	589,0	3,12	2756,0	4,70		
18	180	11	16	5,3	38,8	30,5	1216,0	5,60	1933,0	7,06	500,0	3,59	2128,0	4,85		
		12			42,2	33,1	1317,0	5,59	2093,0	7,04	540,0	3,58	2324,0	4,89		
20	200	12	18	6	47,1	37,0	1823,0	6,22	2896,0	7,84	749,0	3,99	3182,0	5,37		
		13			50,9	39,9	1961,0	6,21	3116,0	7,83	805,0	3,98	3452,0	5,42		
		14			51,6	42,8	2097,0	6,20	3333,0	7,81	861,0	3,97	3722,0	5,46		
		16			62,0	48,7	2363,0	6,17	3755,0	7,78	970,0	3,96	4264,0	4,54		
		20			76,5	60,1	2871,0	6,12	4560,0	7,72	1182,0	3,93	5355,0	5,70		
		25			94,3	74,0	3466,0	6,06	5494,0	7,63	1438,0	3,91	6733,0	5,89		
		30			111,5	87,6	4020,0	6,00	6351,0	7,55	1688,0	3,89	8130,0	6,07		
22	220	14	21	7	60,4	47,4	2814,0	6,83	4470,0	8,60	1159,0	4,38	4941,0	5,93		
		16			68,6	53,8	3175,0	6,81	5045,0	8,57	1306,0	4,36	5661,0	6,02		
		16			78,4	61,5	4717,0	7,76	7492,0	9,78	1942,0	4,98	8286,0	6,75		
		18			87,7	68,9	5247,0	7,73	8337,0	9,75	2158,0	4,96	9342,0	6,83		
		20			97,0	76,1	5765,0	7,71	9160,0	9,72	2370,0	4,94	10401	6,91		
25	250	22	24	8	106,1	83,3	6270,0	7,69	9961,0	9,69	2579,0	4,93	11464	7,00		
		25			119,1	94,0	7006,0	7,65	11125	9,64	2887,0	4,91	13064	7,11		
		28			133,1	104,5	7717,0	7,61	12244	9,58	3190,0	4,89	14674	7,23		
		30			142,0	111,4	8177,0	7,59	12965	9,56	3389,0	4,89	15753	7,31		

Таблица 2

Сталь прокатная угловая неравнополочная (ГОСТ 8510-86)



Обозначения:

*B* — ширина большой полки;  
*b* — ширина малой полки;  
*d* — толщина полки;  
*R* — радиус внутреннего закругления;  
*r* — радиус закругления полки;  
*J* — момент инерции;  
*i* — радиус инерции;  
*x<sub>0</sub>, y<sub>0</sub>* — расстояния от центра тяжести до наружных граней полок.

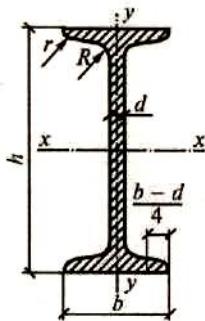
Номер профиля	Размеры, мм					Площадь сечения, см <sup>2</sup>	Масса 1 м длины, кг	Справочные величины для осей								Тангенс угла <i>a</i>			
	<i>B</i>	<i>b</i>	<i>d</i>	<i>R</i>	<i>r</i>			<i>x-x</i>		<i>y-y</i>		<i>x<sub>1</sub>-x<sub>1</sub></i>		<i>y<sub>1</sub>-y<sub>1</sub></i>		<i>u-u</i>			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	
5,5/3,6	56	36	4	6	2	3,58	2,81	11,4	1,78	3,7	1,02	23,2	1,82	6,25	0,84	2,19	0,78	0,506	
			5			4,41	3,46	13,8	1,77	4,48	1,01	29,2	1,86	7,91	0,88	2,66	0,78	0,404	
6,3/4	63	40	4	5	7	4,04	3,17	16,3	2,01	5,16	1,13	33,0	2,03	8,51	0,91	3,07	0,87	0,397	
			5	6	8	5,98	3,91	19,9	2,00	6,26	1,12	41,4	2,08	10,80	0,95	3,73	0,86	0,396	
			6	7	8	5,90	4,63	23,3	1,99	7,28	1,11	49,9	2,12	13,00	0,99	4,36	0,86	0,393	
7,4/5	70	45	5	7,5	2,5	5,59	4,39	27,8	2,23	9,05	1,27	56,7	2,28	15,20	1,05	5,34	0,98	0,406	
7,5/5	75	50	5	6	8	6,11	4,79	34,8	2,39	12,5	1,43	69,7	2,39	20,8	1,17	7,24	1,09	0,436	
			6	7	8	7,25	5,69	40,9	2,38	14,6	1,42	83,9	2,44	25,2	1,21	8,48	1,08	0,435	
			8			9,47	7,43	52,4	2,35	18,5	1,40	112,0	2,52	34,2	1,29	10,90	1,07	0,430	
8/5	80	50	5	6	8	6,36	4,99	41,6	2,56	12,7	1,41	84,6	2,60	20,8	1,13	7,58	1,09	0,387	
			6			7,55	5,92	49,0	2,55	14,8	1,40	102,0	2,65	25,2	1,17	8,88	1,08	0,386	
9/5,6	90	56	5,5	6	9	3	7,86	6,17	65,3	2,88	19,7	1,58	132,0	2,92	32,2	1,26	11,80	1,22	0,384
			6	8		8,54	6,70	70,6	2,88	21,2	1,58	145,0	2,95	35,2	1,28	12,70	1,22	0,384	
			8			11,18	8,77	90,9	2,85	27,1	1,56	194,0	3,04	47,8	1,36	16,30	1,21	0,380	

Продолжение таблицы 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
10/6,3	100	63	6	10	3,3	9,59	7,53	98,3	3,20	30,6	1,79	198,0	3,23	49,9	1,42	18,20	1,38	0,393
			7			11,10	8,70	113,0	3,19	35,0	1,78	232,0	3,28	58,7	1,46	20,80	1,37	0,392
			8			12,60	9,87	127,0	3,18	39,2	1,77	266,0	3,32	67,6	1,50	23,40	1,36	0,391
			10			15,50	12,10	154,0	3,15	47,1	1,75	333,0	3,40	85,8	1,58	28,30	1,35	0,387
11/7	110	70	6,5	10	3,3	11,40	8,98	142,0	3,53	45,6	2,00	286,0	3,55	74,3	1,58	26,90	1,53	0,402
12,5/8	125	80	7	11	3,7	14,10	11,00	227,0	4,01	73,7	2,29	452,0	4,01	119,0	1,80	43,30	1,76	0,407
			8			16,00	12,50	256,0	4,00	83,0	2,28	518,0	4,05	137,0	1,84	48,80	1,75	0,406
			10			19,70	15,50	312,0	3,98	100,0	2,26	649,0	4,14	173,0	1,92	59,30	1,74	0,404
			12			23,40	18,30	365,0	3,95	117,0	2,24	781,0	4,22	210,0	2,00	69,50	1,72	0,400
14/9	140	90	8	12	4	18,00	14,10	364,0	4,49	120,0	2,58	727,0	4,49	194,0	2,03	70,30	1,98	0,401
16/10	160	100	9	13	4,3	22,90	18,00	606,0	5,15	186,0	2,85	1221	5,19	300,0	2,23	110,0	2,20	0,391
			10			25,30	19,80	667,0	5,13	204,0	2,84	1359	5,23	335,0	2,28	12,0	2,19	0,390
			12			30,00	23,60	784,0	5,11	239,0	2,82	1634	5,32	405,0	2,36	142,0	2,18	0,388
			14			34,70	27,30	897,0	5,08	272,0	2,80	1910	5,40	477,0	2,43	162,0	2,16	0,385
18/11	180	110	10	14	4,7	28,30	22,20	952,0	5,80	276,0	3,12	1933	5,88	444,0	2,44	165,0	2,42	0,375
20/12,5	200	125	11	14	4,7	34,90	27,40	1449,0	6,45	446,0	3,58	2920	6,50	718,0	2,79	264,0	2,75	0,392
			12			37,90	29,70	1568,0	6,43	482,0	3,57	3189	6,54	786,0	2,83	285,0	2,74	0,392
			14			43,90	34,40	1801,0	6,41	551,0	3,54	3726	6,62	922,0	2,91	327,0	2,73	0,390
			16			49,80	39,10	2026,0	6,38	617,0	3,52	4264	6,71	1061	2,99	367,0	2,72	0,388
25/16	250	160	12	18	6	48,30	37,90	3147,0	8,07	1032	4,62	6212	7,97	1634	3,53	604,0	3,54	0,410
			16			63,60	49,90	4091,0	8,02	1333	4,58	8308	8,14	2200	3,69	781,0	3,50	0,408
			18			71,10	55,80	4545,0	7,99	1450	4,56	9358	8,23	2487	3,77	866,0	3,49	0,407
			20			78,50	61,70	4987,0	7,97	1613	4,53	10410	8,31	2776	3,85	949,0	3,48	0,405

Таблица 3

Сталь прокатная – балки двутавровые (ГОСТ 8239-72)



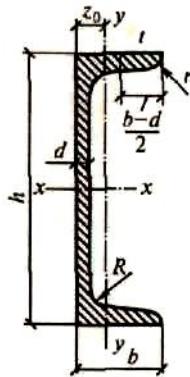
Обозначения:

- $h$  — высота балки;
- $b$  — ширина полки;
- $d$  — толщина стенки;
- $t$  — средняя толщина полки;
- $R$  — радиус внутреннего закругления;
- $r$  — радиус закругления полки;
- $J$  — момент инерции;
- $W$  — момент сопротивления;
- $S$  — статический момент полусечения;
- $i$  — радиус инерции.

Номер профиля	Масса 1 м длины, кг	Размеры, мм						Площадь сечения, см <sup>2</sup>	Справочные величины для осей						
		3	4	5	6	7	8		9	10	11	12	13	14	15
1	9,46	100	55	4,5	7,2	7,0	2,5	12,0	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22
12	11,5	120	64	4,8	7,3	7,5	3,0	14,7	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38
14	13,7	140	73	4,9	7,5	8,0	3,0	17,4	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,5	1,55
16	15,9	160	81	5,0	7,8	8,5	3,5	20,2	873	109,0	6,57	62,3	58,6	14,5	1,70
18	18,4	180	90	5,1	8,1	9,0	3,5	23,4	1290	143,0	7,42	81,4	82,6	18,4	1,88
18a	19,9	180	100	5,1	8,3	9,0	3,5	25,4	1430	159,0	7,51	89,8	114,0	22,8	2,12
20	21,0	200	100	5,2	8,4	9,5	4,0	26,8	1840	184,0	8,28	104,0	115,0	23,1	2,07
20a	22,7	200	110	5,2	8,6	9,5	4,0	28,9	2030	203	8,37	114	155	28,2	2,32
22	24,0	220	110	5,4	8,7	10,0	4,0	30,6	2550	232	9,13	131	157	28,6	2,27
22a	25,8	220	120	5,4	8,9	10,0	4,0	32,8	2790	254	9,22	143	166	34,3	2,50
24	27,3	240	115	5,6	9,5	10,5	4,0	34,8	3460	289	9,97	163	198	34,5	2,37
24a	29,4	240	125	5,6	9,8	10,5	4,0	37,5	3800	317	10,10	178	260	41,6	2,63
27	31,5	270	125	6,0	9,8	11,0	4,5	40,2	5010	371	11,20	210	260	41,5	2,54
27a	33,9	270	135	6,0	10,2	11,0	4,5	43,2	5500	407	11,30	229	337	50,0	2,80
30	36,5	300	135	6,5	10,2	12,0	5,0	46,5	7080	472	12,30	268	337	49,9	2,69
30a	39,2	300	145	6,5	10,7	12,0	5,0	49,9	7780	518	12,50	292	436	60,1	2,93
33	42,2	330	140	7,0	11,2	13,0	5,0	53,8	9840	597	13,50	339	419	59,9	3,79
36	48,6	360	145	7,5	12,3	14,0	6,0	61,9	13380	743	14,70	423	516	71,1	2,89
40	57,0	400	155	8,3	13,0	15,0	6,0	72,6	19062	953	16,20	545	667	86,1	3,03
45	66,5	450	160	9,0	14,2	16,0	7,0	84,7	27696	1231	18,10	708	808	101,0	3,09
50	78,5	500	170	10,0	15,2	17,0	7,0	100	39727	1589	19,90	919	1043	123,0	3,23
55	92,6	550	180	11,0	16,5	18,0	7,0	118	55962	2035	21,80	1181	1356	151,0	3,39
60	108,0	600	190	12,0	17,8	20,0	8,0	138	76806	2560	23,60	1491	1725	182,0	3,54

Таблица 4

## Сталь прокатная – швеллеры (ГОСТ 8240-72)



## Обозначения:

$h$  — высота швеллера;  
 $b$  — ширина полки;  
 $d$  — толщина стенки;  
 $t$  — средняя толщина полки;  
 $R$  — радиус внутреннего закругления;  
 $r$  — радиус закругления полки;  
 $J$  — момент инерции;  
 $W$  — момент сопротивления;  
 $S$  — статический момент полусечения;  
 $i$  — радиус инерции;  
 $Z_0$  — расстояние от оси  $y-y$  до наружной грани стенки.

Номер профиля	Масса 1 м длины, кг	Размеры, мм						Площадь сечения, см <sup>2</sup>	Справочные величины для осей						$Z_0$ , см	
									x-x				y-y			
		$h$	$b$	$d$	$t$	$R$	$r$		$J_x$ , см <sup>4</sup>	$W_{x_0}$ , см <sup>3</sup>	$i_x$ , см	$S_x$ , см <sup>3</sup>	$J_y$ , см <sup>4</sup>	$W_{y_0}$ , см <sup>3</sup>	$i_y$ , см	
5	4,84	50	32	4,4	7	6	2,5	6,16	22,8	9,1	1,925	5,59	5,61	2,75	0,954	1,16
6,5	5,9	65	36	4,4	7,2	6	2,5	7,51	48,6	15	2,54	9	8,7	3,68	1,08	1,24
8	7,05	80	40	4,5	7,4	6,5	2,5	8,98	89,4	22,4	3,16	13,3	12,8	7,75	1,19	1,31
10	8,59	100	46	4,5	7,6	7	3	10,9	174	34,8	3,99	20,4	20,4	6,46	1,37	1,44
12	10,4	120	52	4,8	7,8	7,5	3	13,3	304	50,6	4,78	29,6	31,2	8,52	1,53	1,54
14	12,3	140	58	4,9	8,1	8	3	15,6	491	70,2	5,6	40,8	45,4	11	1,7	1,67
14a	13,3	140	62	4,9	8,7	8	3	17	545	77,8	5,66	45,1	57,5	13,3	1,84	1,87
16	14,2	160	64	5	8,4	8,5	3,5	18,1	747	93,4	6,42	54,1	63,3	13,8	1,87	1,8
16a	15,3	160	68	5	9	8,5	3,5	19,5	823	103	6,49	59,4	78,8	16,4	2,01	2,0
18	16,3	180	70	5,1	8,7	9	3,5	20,7	1090	121	7,24	69,8	86	17	2,04	1,94
18a	16,4	180	74	5,1	9,3	9	3,5	22,2	1190	132	7,32	76,1	105	20	2,18	2,13
20	18,4	200	76	5,2	9	9,5	4	23,4	1520	152	8,07	87,8	113	20,5	2,20	2,07
20a	19,8	200	80	5,2	9,7	9,5	4	25,2	1670	167	8,15	95,9	139	24,2	2,35	2,28
22	21	220	82	5,4	9,5	10	4	26,7	2110	192	8,89	110	151	25,1	2,37	2,21
22a	22,6	220	87	5,4	10,2	10	4	28,8	2330	212	8,99	121	187	30	2,55	2,46
24	24	240	90	5,6	10	10,5	4	30,6	2900	242	9,73	139	208	31,6	2,60	2,42
24a	25,8	240	95	5,6	10,7	10,5	4	32,9	3180	265	9,84	151	254	37,2	2,78	2,67
27	27,2	270	95	6	10,5	11	4,5	35,2	4160	308	10,9	178	272	37,3	2,73	2,47
30	31,8	300	100	6,5	11	12	5	40,5	5810	387	12,0	224	327	43,6	2,84	2,52
33	36,5	330	105	7	11,7	13	5	46,5	7980	484	13,1	281	410	51,8	2,97	2,59
36	41,9	360	110	7,5	12,6	14	6	53,4	10820	601	14,2	350	513	61,7	3,10	2,68
40	48,3	400	115	8,0	13,5	15	6	61,5	15220	761	15,7	444	642	73,4	3,23	2,75

## Приложение 2

### Коэффициент приведения длины стержня

Таблица 1

Способы закрепления концов стержня				
Коэффициент $\mu$	1	2	0,7	0,5

### Приложение 3

#### Коэффициенты продольного изгиба $\phi$ центрально-сжатых элементов из стали

Таблица 1

Гибкость $\lambda$	Коэффициенты $\phi$ для элементов из стали с расчётным $R_y, \text{МПа}$								
	200	220	225	230	235	240	280	290	300
10	0,998	0,987	0,987	0,987	0,987	0,985	0,985	0,985	0,984
20	0,967	0,964	0,963	0,963	0,962	0,959	0,959	0,958	0,957
30	0,939	0,935	0,934	0,933	0,932	0,924	0,924	0,922	0,920
40	0,906	0,900	0,898	0,897	0,895	0,883	0,883	0,880	0,878
50	0,869	0,860	0,858	0,856	0,854	0,836	0,836	0,832	0,829
60	0,827	0,816	0,813	0,810	0,807	0,785	0,785	0,780	0,775
70	0,782	0,768	0,764	0,761	0,757	0,724	0,724	0,714	0,705
80	0,734	0,710	0,704	0,698	0,692	0,641	0,641	0,631	0,621
90	0,665	0,638	0,631	0,625	0,618	0,565	0,565	0,554	0,543
100	0,559	0,710	0,563	0,556	0,549	0,493	0,493	0,481	0,470
110	0,537	0,507	0,499	0,492	0,485	0,427	0,427	0,415	0,404
120	0,479	0,779	0,441	0,434	0,426	0,366	0,366	0,354	0,343
130	0,425	0,394	0,386	0,379	0,371	0,313	0,313	0,303	0,294
140	0,376	0,345	0,337	0,330	0,322	0,272	0,272	0,264	0,256
150	0,328	0,302	0,295	0,389	0,282	0,239	0,239	0,232	0,225
160	0,290	0,267	0,261	0,355	0,249	0,212	0,212	0,205	0,199

Таблица 2

Гибкость $\lambda$	Коэффициенты $\phi$ для элементов из алюминия			Гибкость $\lambda$	Коэффициенты $\phi$ для элементов из алюминия		
	АМг2М	Амг2П АД31Т1	АД31Т		Амг2М	Амг2П АД31Т1	АД31Т
10	1	1	2	90	0,608	0,392	0,656
20	0,982	0,924	0,995	100	0,555	0,318	0,610
30	0,915	0,850	0,930	110	0,506	0,263	0,562
40	0,860	0,785	0,880	120	0,458	0,221	0,518
50	0,812	0,717	0,835	130	0,415	0,188	0,475
60	0,766	0,645	0,793	140	0,362	0,162	0,435
70	0,717	0,565	0,750	150	0,313	0,141	0,400
80	0,665	0,490	0,706	160	-	-	-

**Расчётные сопротивления R стали и алюминия**

Таблица 1

Материал	Марка, класс	ГОСТ	Расчётное сопротивление	
			По пределу текучести, на растяжение, сжатие	На сдвиг
Сталь прокатная	C-235	27772-88	230	130
	C-245		240	140
	C-345		335	190
Алюминий деформируемый	АМг2М	-	68	39
	АМг2П	-	147	88
	АД31Т	-	54	34
	АД31Т1	-	147	88
Сталь арматурная горячекатаная	A-I	-	225	-
	A-II		280	-
	A-III, d=6...8мм		355	-
	A-III, d=10...40мм		365	-